

## Intégral d'une fonction continue sur un segment:

Soit  $f$  une fonction continue sur un intervalle  $[a;b]$  et  $F$  une primitive de  $f$  sur  $[a;b]$

L'intégral de la fonction  $f$  entre  $a$  et  $b$  est le nombre réel :

$$\int_a^b f(x) dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

## propriétés:

$$\int_a^a f(x) dx = 0$$

$$\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$$

## La linéarité:

$$(k \in \mathbb{R}) ; \int_a^b kf(x) dx = k \int_a^b f(x) dx$$

$$\int_a^b [f(x) + g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$$

## Relation de Chasles:

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$$

## Intégral et comparaison:

Si :  $\forall x \in [a;b]$  on a  $f(x) \geq 0$

Alors :  $\int_a^b f(x) dx \geq 0$

Si :  $\forall x \in [a;b]$  on a  $f(x) \geq g(x)$

Alors :  $\int_a^b f(x) dx \geq \int_a^b g(x) dx$

## La valeur moyenne:

Soit  $f$  une fonction continue sur un intervalle  $[a;b]$

La valeur moyenne de la fonction  $f$  sur le intervalle  $[a;b]$  est le réel défini par :  $\frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx$

## Intégration par partie:

Soit  $f$  et  $g$  deux fonctions dérivables sur un intervalle  $[a;b]$  à condition que  $f'$  et  $g'$  soient continues sur l'intervalle  $[a;b]$

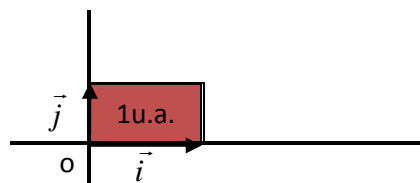
$$\int_a^b [f'(x) \times g(x)] dx = [f(x) \times g(x)]_a^b - \int_a^b [f(x) \times g'(x)] dx$$

## Calcul de l'aire algébrique d'un domaine plan:

Le plan est rapporté à un repère orthonormé  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

L'unité de surface (u.a.): est la surface d'un rectangle défini par le point  $O$  (origine du repère) et les deux vecteurs  $\vec{i}$  et  $\vec{j}$

$$1u.a. = \|\vec{i}\| \times \|\vec{j}\|$$



Soit  $f$  une fonction continue sur un intervalle  $[a;b]$

L'aire algébrique délimitée par la courbe  $(C_f)$ , l'axe des abscisses, et les droites d'équation  $x = a$  et  $x = b$  est représentée par :

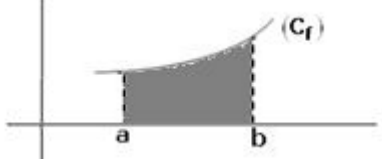
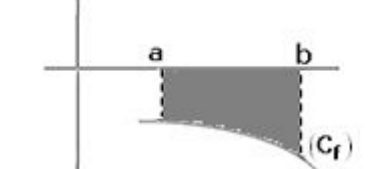
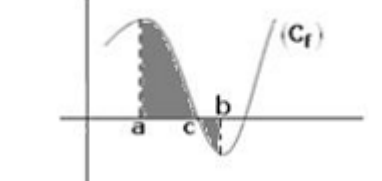
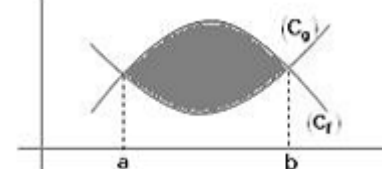
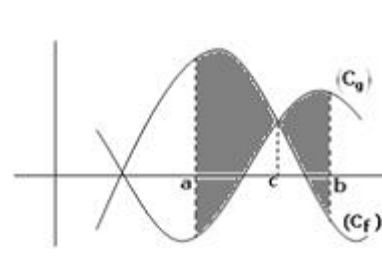
$$\left( \int_a^b |f(x)| dx \right) u.a.$$

Soit  $f$  et  $g$  deux fonctions continues sur un intervalle  $[a;b]$

L'aire algébrique comprise entre la courbe  $(C_f)$ , la courbe  $(C_g)$ , et les droites d'équation  $x = a$  et  $x = b$  est représentée par :

$$\left( \int_a^b |f(x) - g(x)| dx \right) u.a.$$

**Cas particulier:**

La représentation	Remarques	Aire algébrique du domaine plan gris dans la représentation
	$f$ positive sur $[a;b]$	$\left( \int_a^b f(x) dx \right) u.a.$
	$f$ négative sur $[a;b]$	$\left( \int_a^b (-f(x)) dx \right) u.a.$
	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>f</math> positive sur <math>[a;c]</math></li> <li><math>f</math> négative sur <math>[c;b]</math></li> </ul>	$\left( \int_a^c f(x) dx + \int_c^b (-f(x)) dx \right) u.a.$
	$(C_f)$ se situe au-dessus de $(C_g)$ sur $[a;b]$	$\left( \int_a^b f(x) - g(x) dx \right) u.a.$
	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>(C_f)</math> se situe au-dessus de <math>(C_g)</math> sur <math>[a;c]</math></li> <li><math>(C_f)</math> se situe au-dessous de <math>(C_g)</math> sur <math>[c;b]</math></li> </ul>	$\left( \int_a^c (f(x) - g(x)) dx + \int_c^b (g(x) - f(x)) dx \right) u.a.$

**Calcul d'un volume:**

Le volume du solide engendré par un tour complet, de la courbe  $(C_f)$ , autour de l'axe des abscisses dans un intervalle  $[a;b]$  est :

$$V = \left[ \int_a^b \pi (f(x))^2 dx \right] u.a.$$

