Niveaux: SM PC SVT	Matière: Physique
PROF :Zakaryae Chriki	Résumé N:12

Mouvements plans

I. Mouvemment d'un porjectile dans le champs de pesanteur uniforme

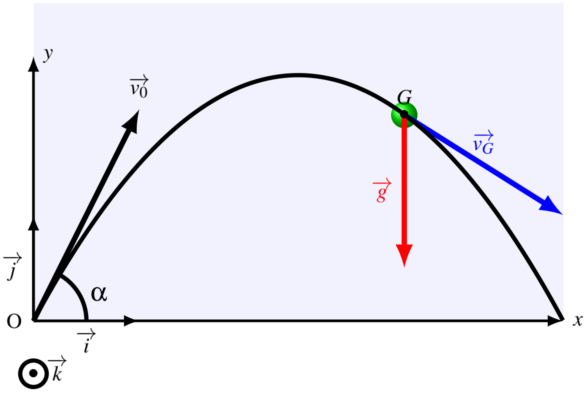
1. Equations diffenrentielles du mouvement :

Une bille est lancée avec une vitesse $\vec{v_0}$ faisant un angle α avec le plan horizontal. Étudions le mouvement de son centre d'inertie dans le référentiel terrestre . Choisissant un repère $\mathscr{R}(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ lié à ce référentiel.

Les conditions initiales :

Dans ce repère et la date t=0 , nous avons :

$$\overrightarrow{OG_0}\begin{cases}x_0=0\\ y_0=0\\ z_0=0\end{cases}\qquad \vec{v_0}\begin{cases}\dot{x}_0=v_0cos(\alpha)\\ \dot{y}_0=v_0sin(\alpha)\\ \dot{z}_0=0\end{cases}$$



À la date t quelconque , G a pour coordonnées (x,y,z) , sa vitesse $\vec{v_G}(\dot{x},\dot{y},\dot{z})$. On applique la deuxième loi de Newton :

$$\Sigma\overrightarrow{F_{ext}}=m.\vec{a_G}$$

On néglige la résistance de l'air , bilan des forces exercées sur la bille au cours de son mouvement est une seule force le poids de la bille :

$$\Sigma\overrightarrow{F_{ext}}=\vec{P}=m.\vec{a_G}\qquad m\vec{a_G}=m.\vec{g}\qquad \boxed{\vec{a_G}=\vec{g}}\quad (1)$$

où $\vec{a_G}$ est le vecteur accélération du centre d'inertie G .

C'est le même résultat de l'étude d'un mouvement de chute libre vertical , se généralise de la façon suivante :

Lors de la chute libre d'un mobile , le vecteur accélération $\vec{a_G}$ de son centre d'inertie est égal au vecteur champ de pesanteur $\vec{g}$.

On projette la relation vectorielle (1) dans le repère $\mathscr{R}$: $\vec{g}\begin{cases}0\\ -g\\ 0\end{cases}$ et $\vec{a_G}\begin{cases}a_x=\ddot{x}=0\\ a_y=\ddot{y}=-g\\ a_z=\ddot{z}=0\end{cases}$

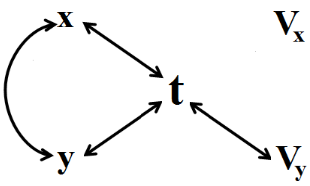
Les trois équations représentent les équations différentielles du mouvement du projectile dans le repère $\mathscr{R}$.

$$\begin{cases}\dfrac{d^2x}{dt^2}=0\\ \dfrac{d^2y}{dt^2}=-g\\ \dfrac{d^2z}{dt^2}=0\end{cases}$$

2. Equations horaires

* **Les coordonnées du vecteur vitesse :** Les coordonnées vecteur vitesse $\vec{v_G}$ sont les primitives des coordonnées du $\vec{a_G}$. compte tenu des conditions initiales , nous obtenons :

$$\begin{cases}\dfrac{dx}{dt}=\dot{x}_0=v_0cos(\alpha)\\ \dfrac{dy}{dt}=\dot{y}_0=-gt+v_0sin(\alpha)\\ \dfrac{dz}{dt}=\dot{z}=0\end{cases}$$



$$V=\sqrt{V_x^2+V_y^2}$$

Les coordonnées vecteur position $\overrightarrow{OG}$ sont les primitives des coordonnées du $\vec{v_G}$. compte tenu des conditions initiales , nous obtenons :

$$\begin{cases}x(t)=v_0cos(\alpha).t+x_0=v_0cos(\alpha)\\ y(t)=-\dfrac{1}{2}gt^2+v_0sin(\alpha).t+y_0=-\dfrac{1}{2}gt^2+v_0sin(\alpha).t\\ z(t)=z_0=0\end{cases}$$

Nous déduisons de ces équations horaires trois résultats importants :

☞ $z=0$, la trajectoire du centre d'inertie est dans le plan vertical (Ox,Oy) contenant $\vec{v_0}$

☞ $x(t)=v_0cos(\alpha).t$; le mouvement de la projection de G sue Ox est uniforme

☞ $y(t)=-\dfrac{1}{2}g.t^2+v_0sin(\alpha).t$; le mouvement de la projection de G xur l'axe Oy est uniformément accéléré .

3. Equations de la trajectoire :

Établir l'équation de la trajectoire dans le plan (xOy) consiste à exprimer y en fonction de x $y = f(x)$.

Il faut donc éliminer le paramètre temps t des équations horaires x(t) et y(t) :

$$t = \frac{x}{v_0.cos(\alpha)} \qquad y = -\frac{1}{2}g\frac{x^2}{v_0^2cos^2\alpha} + \frac{v_0sin(\alpha)}{v_0cos(\alpha)}.x \qquad \boxed{y = -\frac{g}{2v_0^2cos^2\alpha}.x^2 + x.tan(\alpha)}$$

Cette équation est de la forme $y = A.x^2 + B.x$ est celle d'une parabole .

4. La portée :

On appelle portée de tir la distance entre le point de lancement O et le point d'impact P sur le plan horizontal contenant O .

On la calcule , c'est la valeur de x différent de 0 qui annule y , c'est à dire : $OP = x_P = \frac{2v_0^2sin(\alpha).cos(\alpha)}{g} = \frac{v_0^2sin(2\alpha)}{g}$

La portée est maximale si $\alpha = \frac{\pi}{4}$

5. la flèche :

On appelle la flèche l'altitude maximale atteinte par G (position de F) .

Au point FS le vecteur vitesse est horizontale $\dot{y_F} = 0$, c'est à dire que : $\vec{V}_F \begin{pmatrix} V_{Fx} = V_{0x} \\ V_{Fy} = 0 \end{pmatrix}$ Ou $\left(\frac{dy}{dx}\right)_F = 0$

Les coordonnées de le flèche (F)

$$\frac{dy}{dt} = -g.t_F + v_0sin(\alpha) = 0 \quad t_F = \frac{v_0.sin(\alpha)}{g} \quad \text{d'où} \quad y_F = \frac{v_0^2sin^2\alpha}{2.g} \qquad x_F = \frac{1}{2}.\frac{V_0^2.sin(\alpha).cos(\alpha)}{g} = \frac{V_0^2.sin(2.\alpha)}{g}$$

I. Mouvemment d'une particule chargée dans un chanps magnétique uniforme

1. La relation de lorentz :

a. Relation de Lorentz :

Nous admettons que la force $\vec{F}$ exercée sur un porteur de charge q , animé d'une vitesse $\vec{v}$ et placé dans un champ magnétique $\vec{B}$ est donnée par la relation vectorielle suivante : $\boxed{\vec{F} = q.\vec{v} \wedge \vec{B}}$ Cette relation dite de Lorentz , fait intervenir un produit vectoriel . $\vec{F}$ est appelée **force magnétique de Lorentz** .

b. Caractéristiques de la force magnétique de Lorentz .

Le produit vectoriel de $q.\vec{v}$ et $\vec{B}$ permet de déterminer les caractéristiques de $\vec{F}$.

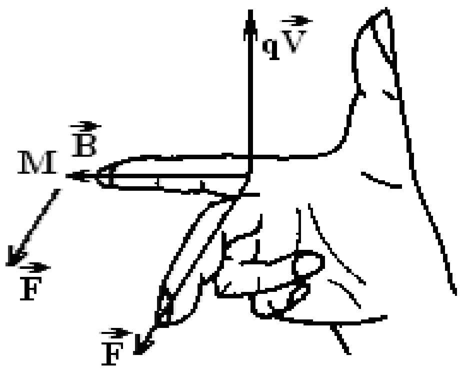
* Point d'application : la particule supposée ponctuelle

* Direction : La perpendiculaire au plan défini par $\vec{v}$ et $\vec{B}$ i.e $\vec{F}$ est à la fois perpendiculaire à $\vec{v}$ et à $\vec{B}$

* Sens : Défini par le trièdre direct $\left(q.\vec{v}, \vec{B}, \vec{F}\right)$

* Intensité : $F = |q.v.B.sin(\vec{v}, \vec{B})|$

Avec q la charge de la particule en (C) , v la vitesse de la particule (m/s),B l'intensité du champ magnétique (T) et F l'intensité de la force de Lorentz .



NB :

La force magnétique $\vec{F}$ est normale (perpendiculaire) au plan des deux vecteurs $\vec{B}$ et $\vec{V}$ donc :

1. $\vec{F}$ est normale au champ magnétique $\vec{B}$
2. $\vec{F}$ est normale au vecteur vitesse $\vec{V}$ donc : $\mathscr{P} = \vec{F}.\vec{v} = 0$ La puissance de la force de Lorentz est nulle et par conséquence

$$\mathscr{P} = \frac{dE_c}{dt} = 0 \text{ , donc } E_c = Cte$$

2. Etude du mouvement de la particule :

Caractéristiques du vecteur accélération $\vec{a}_G$:

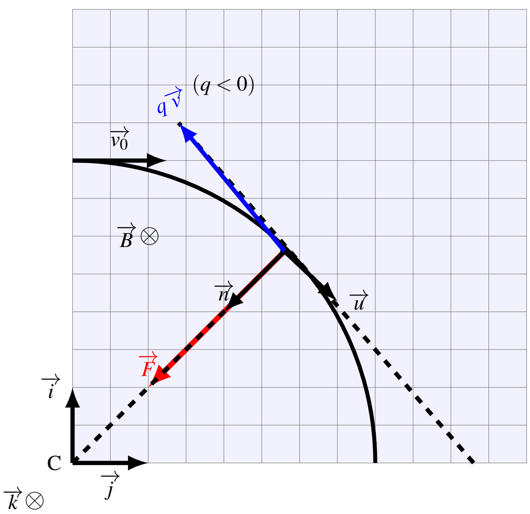
On applique la deuxième loi de Newton : $q.\vec{v} \wedge \vec{B} = m.\vec{a}$

$$\boxed{\vec{a} = \frac{q}{m}(\vec{v} \wedge \vec{B})} \qquad (1) \text{ Le vecteur accélération est perpendiculaire à } \vec{v} \text{ et à } \vec{B}.$$

Si on multiplie les deux membres de l'équation vectorielle (1) par le vecteur unitaire $\vec{k}$

$$\vec{a}.\vec{k} = \frac{q}{m}(\vec{v} \wedge \vec{B}).\vec{k} = 0 \text{ car } \vec{B} \text{ est perpendiculaire à } \vec{k}.$$

Donc $\vec{a}.\vec{k} = \vec{0} \Longrightarrow \ddot{z} = 0$ et par intégrations successives et en tenant compte des conditions initiales, on trouve $\dot{z} = 0$ et $z = 0$ **le mouvement de la particule se fait dans le plan (Ox,Oy) orthogonal à $\vec{B}$ .Sa trajectoire est donc plane.**



Mouvement circulaire uniforme :

On applique la 2eme loi de Newton sur le repère de Frénet

$$\sum\vec{F} = m.\vec{a}_G = \vec{F} \text{ et } \vec{F}\binom{Fu = 0}{Fn = F}$$

On projette sur les axes

Sur l'axe $\vec{u}$: $F_u = m.a_u = 0$ et $a_u = 0$ d'ou $a_u = \frac{dV}{dt} = 0$ on en deduit que $V = C^{te}$ et le mouvement est donc uniforme

Sur l'axe $\vec{n}$: $F_n = m.a_n = m.|q|.V.B$ donc $a_n = a_G = \frac{|q|}{m}.V.B$

Conclusion : L'accélération de la particule dépend de : • Sa masse et de sa charge • Module du champ magnétique • La vitesse

$$a_n = \frac{|q|}{m}.V.B = \frac{V^2}{r}$$

$$r = \frac{m.V}{|q|.B} = \frac{2.Ec}{|q|.V.B} = C^{te}$$

Le mouvement est donc circulaire

$$V = \frac{|q|}{m}.B.r$$

Conclusion :
La vitesse de la particule dépend de sa masse, de sa charge , de sa position dans le champ magnétique et de module du champ magnétique

Le mouvement est donc circulaire uniforme

Toute particule chargée dans un champ magnétique uniforme est animée d'un mouvement circulaire uniforme de rayon r

La vitesse angulaire ω : $V = r.\omega = \frac{2.\pi.r}{T}$

La période : durée nécessaire pour faire un tours complet $T = \frac{2.\pi}{\omega} = \frac{2.\pi.r}{V} = \frac{2.\pi}{V}\frac{m.V}{|q|.B} = \frac{2.\pi.m}{|q|.B}$

3. Déviation magnétique :

Le faisceau d'électrons pénètre en O dans une région de largueur l où règne un champ uniforme $\vec{B}$, est dirigé suivant OO' . Dans le champ magnétique , les particules décrivent un arc de rayon $r = \frac{mv_0}{|q|.B}$ et sortent du champ au point S en décrivant un mouvement rectiligne uniforme selon la tangente en S à la trajectoire circulaire . En arrivant au point P sur l'écran E perpendiculaire à OO' et situé à la distance L du point O . On appelle $D_m = O'P$ la déflexion magnétique .

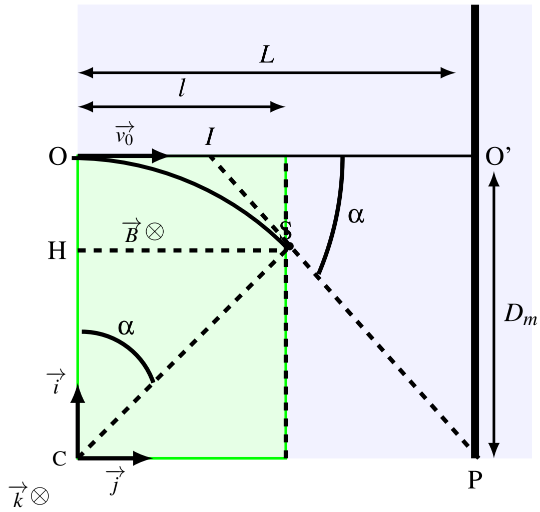
La déviation angulaire $\alpha = \widehat{(\vec{CO},\vec{CS})}$ est donnée par $\sin\alpha = \frac{l}{r}$ ou $\tan\alpha = \frac{O'P}{IO'} = \frac{D_m}{L-OI}$.

Dans le dispositif utilisé , α est petit , la distance OI est très inférieure à L . ainsi que $\sin\alpha \simeq \alpha$ avec α en rad .

$\frac{l}{r} = \frac{D_m}{L}$. Soit $D_m = \frac{L.l}{r}$ ou encore :

$$\boxed{D_m = \frac{|q|.L.l}{mv_0^2}.B}$$

La mesure de D_m permet de calculer le rapport $\frac{|q|}{mv_0}$.



EXERCICE 1

1. Étude du mouvement d'un solide dans le champ de pesanteur uniforme

On lance, à un instant $t_0 = 0$ avec une vitesse initiale $\vec{v}_0$ horizontale, un solide (S) de petites dimensions, de masse m, d'un point A qui se trouve à la hauteur h du sol. Le solide (S) tombe sur le sol au point d'impact I (figure 1).

On étudie le mouvement du centre d'inertie G dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$ lié à la terre supposé galiléen.

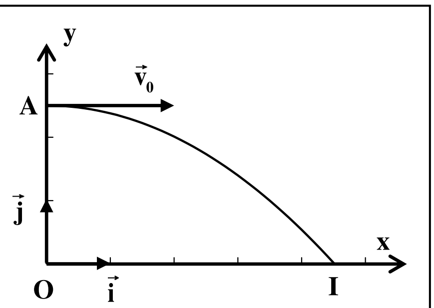


Figure 1

Données:

- Tous les frottements sont négligeables;
- $g = 9{,}8\ m.s^{-2}$; $h = OA = 1\ m$

1.1. En appliquant la deuxième loi de Newton, établir les expressions littérales des équations horaires x(t) et y(t) du mouvement de G .

1.2. En déduire l'expression littérale de l'équation de la trajectoire du mouvement de G .

1.3. Calculer la valeur de t_I, l'instant d'arrivé de (S) au sol en I .

1.4. On lance de nouveau, à un instant $t_0 = 0$, le solide (S) du point A avec une vitesse initiale $\vec{v}'_0 = 3.\vec{v}_0$.

Recopier sur votre copie le numéro de la question et écrire la lettre correspondante à la seule proposition vraie:

la valeur de l'instant d'arrivé de (S) au sol vaut:

a	t' = 0,25 s	**b**	t' = 0,35 s	**c**	t' = 0,45 s	**d**	t' = 0,65 s

EXERCICE 2

La piste de course est constituée d'une partie rectiligne horizontale, d'une partie rectiligne inclinée d'un angle α par rapport au plan horizontal et d'une zone de chute comportant un obstacle (E) de hauteur L situé à la distance d de l'axe vertical passant par le point D , (fig1) .

Données : - Tous les frottements sont négligeables ;

- α=26° ; d=20 m ; L=10 m ; m=190 kg

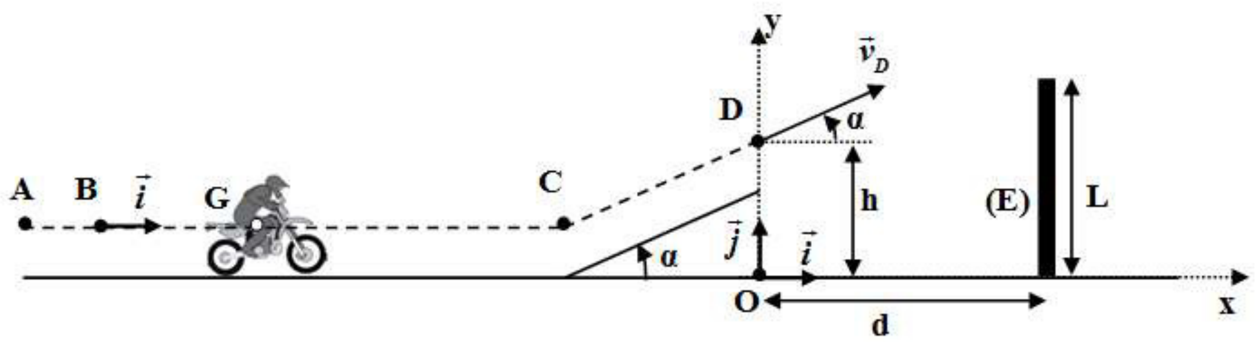


Figure 1

1. Mouvement du système (S) sur la partie horizontale

Le système (S) démarre d'une position ou son centre d'inertie G coïncide avec le point A. G passe par le point B avec la vitesse $\vec{v}_0 = v_0.\vec{i}$ à l'instant $t_0 = 0$ .Au cours de son mouvement, le système (S) est soumis à une force motrice horizontale constante $\vec{F}$ ayant le même sens du mouvement. La trajectoire de G est rectiligne.

Pour étudier le mouvement de G entre B et C on choisit le repère $(B.\vec{i})$ lié à la terre considéré comme galiléen. A $t_0 = 0$, on a : $x_G = x_B = 0$.

1.1. En appliquant la deuxième loi de newton, montrer que l'expression de l'accélération de G s'écrit : $a_G = \frac{F}{m}$. En déduire la nature du mouvement de G .

1.2. L'expression de la vitesse instantanée de G s'écrit $v_G(t) = a_G.t + v_0$.

a. Choisir, en justifiant votre réponse, la courbe qui représente la vitesse instantanée $v_G(t)$ parmi les quatre courbes représentées sur la figure (2).

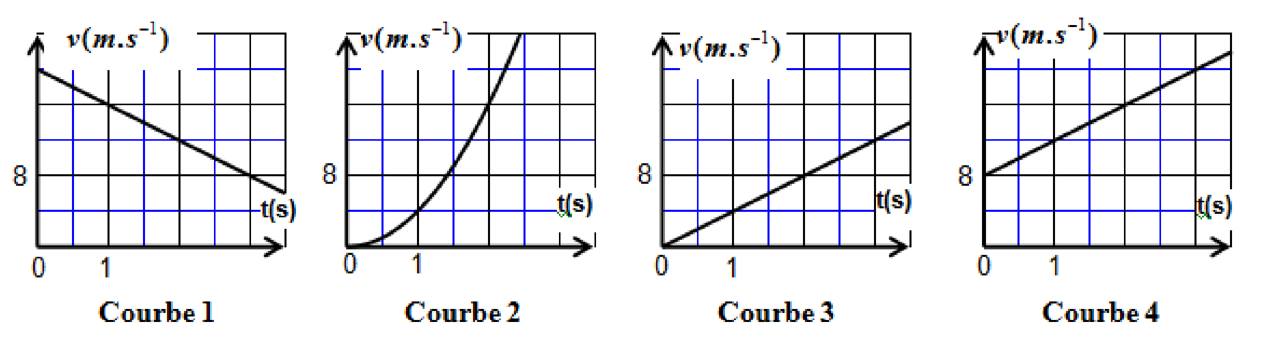


Figure 2

b. En déduire les valeurs de la vitesse initiale v_0, et de l'accélération a_G de G .

1.3. Calculer l'intensité de la force motrice $\vec{F}$.

2. Mouvement du système (S) durant la phase du saut

Le système (S) quitte la piste de course au passage de G par le point D avec une vitesse $\vec{v}_D$ formant un angle α avec le plan horizontal pour sauter à travers l'obstacle (E) (voir fig. (1)). Au cours du saut le système (S) n'est soumis qu'à son poids.

On étudie le mouvement de G dans le champ de pesanteur uniforme dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ lié à la terre considéré comme galiléen. On choisit l'instant de passage de G par le point D comme nouvelle origine des dates $t_0 = 0$, tel que : $y_0 = OD = h$.

2.1. En appliquant la deuxième loi de newton, montrer que les équations différentielles vérifiées par $x_G(t)$ et $y_G(t)$ coordonnées de G dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$ sont :

$$\frac{dx_G}{dt} = v_D.\cos\alpha \qquad ; \qquad \frac{dy_G}{dt} = -g.t + v_D.\sin\alpha$$

2.2. L'expression numérique des équations horaires $x_G(t)$ et $y_G(t)$ du mouvement de G est :

$$x_G(t) = 22{,}5.t \ (m) \qquad ; \qquad y_G(t) = -5.t^2 + 11.t + 5 \ (m)$$

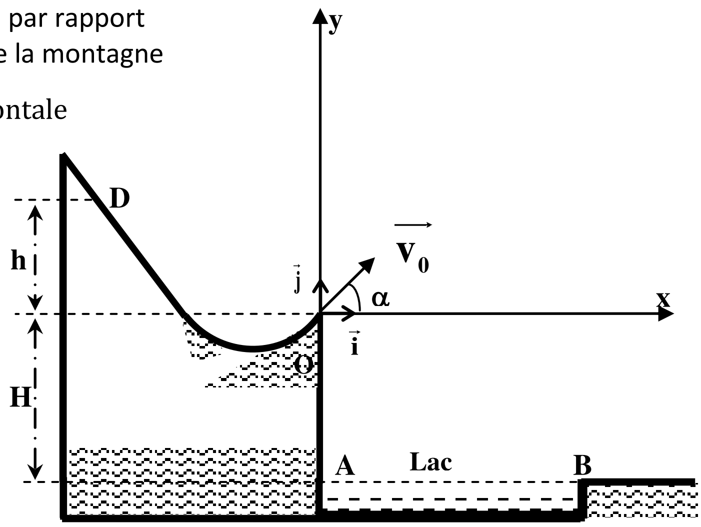
Déterminer les valeurs de la hauteur h, et de la vitesse v_D.

2.3. Le saut est réussi si la condition : $y_G > L + 0{,}6$ (m) est vérifiée. Est-ce que le saut du motard est réussi ? Justifier votre réponse.

EXERCICE 3

Un skieur glisse sur une montagne recouverte de glace au pied de laquelle se trouve un lac d'eau.
La figure suivante donne l'emplacement du lac d'eau par rapport au point O où le skieur sera obligé de quitter le sol de la montagne avec une vitesse $\vec{v}$ faisant un angle α avec l'horizontale e skieur part d'un point D situé à la hauteur h par rapport au plan horizontal contenant le point O, (voir figure) .La vitesse v du skieur lors de son passage au point O s'exprime par la relation $v = \sqrt{2g.h}$

Dans un essai le skieur passe par le point O origine du repère $(O,\vec{i},\vec{j})$ avec une certaine vitesse, alors il tombe dans le lac d'eau .



On veut déterminer la hauteur minimale h_m de la hauteur h du point D à partir duquel doit partir le skieur sans vitesse initiale pour qu'il ne tombe pas dans le lac .

Données :

- Masse du skieur et ses accessoires : m=60kg ;
- Accélération de la pesanteur : g =10 m.s^{-2} ;
- La hauteur : H= 0,50 m ;
- L'angle : α=30°

La longueur du lac d'eau : AB = d = 10m .

Pour cet exercice, on assimile le skieur et ses accessoires à un point matériel G et on néglige tous les frottements et toutes les actions de l'air.

1- Le skieur quitte le point O à l'instant t = 0 avec une vitesse $\vec{v}_0$ faisant un angle α avec l'horizontale

1.1- En appliquant la deuxième loi de Newton , déterminer l'équation différentielle que vérifie chacune des coordonnées du vecteur vitesse dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1.2- Montrer que l'équation de la trajectoire du skieur s'écrit dans le repère cartésien sous la forme :

$$y(x) = -\frac{1}{2} g \cdot \frac{x^2}{v_0^2.\cos^2\alpha} + x.\tan\alpha \ .$$

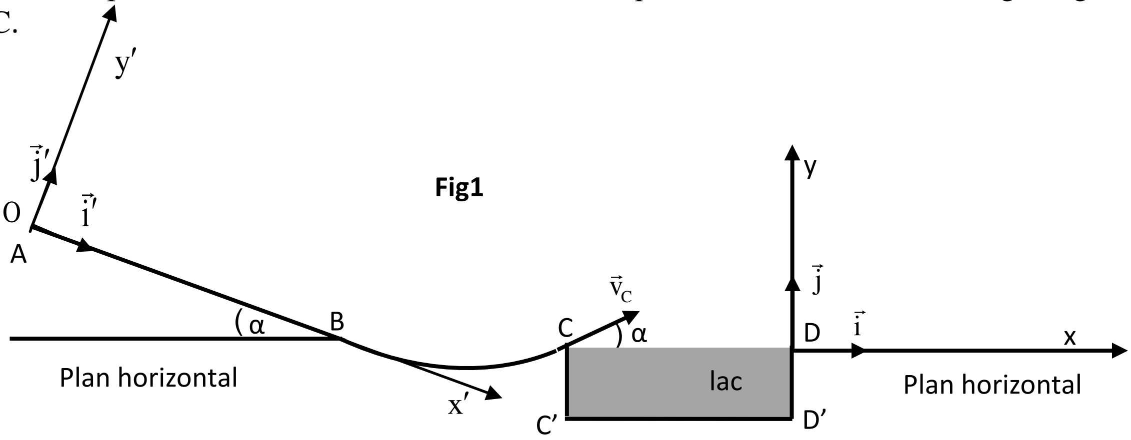
2- Déterminer la valeur minimale h_m de la hauteur h pour que le skieur ne tombe pas dans le lac d'eau .

EXERCICE 4

PREMIERE PARTIE (3points) : étude du mouvement d'un skieur

Un skieur veut s'exercer sur une piste modélisée par la figure 1.

Avant de faire un premier essai, le skieur étudie les forces qui s'exercent sur lui lors du glissage sur la piste ABC.



Données

- Intensité de pesanteur g = 9,8 m /s².
- AB est un plan incliné d'un angle $\alpha = 20^0$ par rapport au plan horizontal passant par le point B.
- La largeur du lac C'D'= L = 15m.

On modélise le skieur et ses accessoires par un solide (S) de masse m=80kg et de centre d'inertie G.

On considère sur la partie AB que les frottements ne sont pas négligeables et on les modélise par une force constante .

1. Etude des forces appliquées sur le skieur entre A et B

Le skieur part du point A d'abscisse $x'_A= 0$ dans le repère $(O,\vec{i}\,',\vec{j}\,')$ sans vitesse initiale à un instant que l'on considère comme origine des temps t=0s (Fig1). Le skieur glisse sur le plan incliné AB suivant la ligne de la plus grande pente avec une accélération constante **a** et passe par le point B avec une vitesse $V_B = 20\,m/s$.

1-1 En appliquant la deuxième loi de Newton, trouver en fonction de α , **a** et g l 'expression du coefficient de frottement $\tan\varphi$ .Avec φ l'angle de frottement, défini par la normale à la trajectoire et la direction de la force appliquée par le plan incliné sur le skieur.

1-2 A l'instant $t_B = 10s$ le skieur passe par le point B ; Calculer la valeur de l'accélération **a** .En déduire la valeur du coefficient de frottement $\tan\varphi$.

1-3 Montrer que l'intensité de la force $\vec{R}$ exercée par le plan AB sur le skieur s'écrit sous la forme :

$R = mg.\cos\alpha.\sqrt{1+(\tan\varphi)^2}$; Calculer R.

2. L'étape du saut

A l'instant t=0 que l'on considère comme une nouvelle origine des temps, le skieur quitte la partie BC au point C avec une vitesse v_C dont le vecteur $\vec{v}_C$ forme l'angle $\alpha = 20°$ avec le plan horizontal.

Lors du saut , les équations horaires du mouvement de (S) dans le repère $(D,\vec{i},\vec{j})$ sont :

$$\begin{cases} x(t) = v_C.\cos\alpha.t - 15 \\ y(t) = -\dfrac{g}{2}.t^2 + v_C\sin\alpha.t \end{cases}$$

2-1 Déterminer dans le cas où $v_C = 16,27 m.s^{-1}$ les coordonnées du sommet de la trajectoire de (S).

2-2 Déterminer en fonction de g et α la condition que doit vérifier la vitesse v_C pour que le skieur ne tombe pas dans le lac.

En déduire la valeur minimale de cette vitesse .

EXERCICE 5

Dans cette partie, on étudie le mouvement de chute de deux corps (A) et (B) dans le repère orthonormé $R(O,\vec{i},\vec{j})$ lié à un référentiel terrestre supposé galiléen. Le point O est situé au niveau du sol (figure 1).

On néglige la poussée d'Archimède devant les autres forces et on prend l'intensité de la pesanteur : $g = 10\,m.s^{-2}$.

1-Etude de la chute d'un corps avec frottement :

A un instant choisi comme origine des dates($t=0$), on lâche, sans vitesse initiale d'un point H , un corps solide (A) de masse $m_A = 0,5\,kg$ et de centre d'inertie G_A (figure 1).

En plus de son poids, le solide (A) est soumis à une force de frottement fluide $\vec{f} = -k.\overrightarrow{v_A}$ où $\overrightarrow{v_A}$ est le vecteur vitesse de G_A à un instant t et k une constante positive ($k>0$).

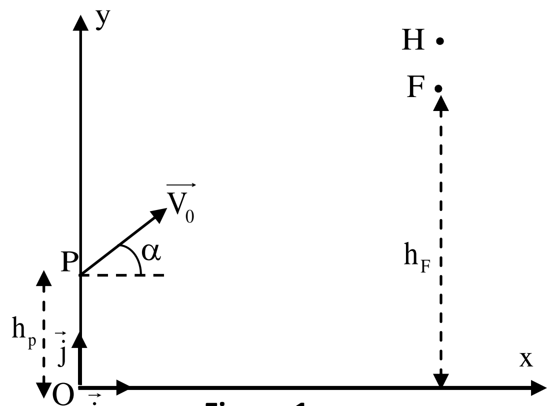


Figure 1

1-1- Montrer que l'équation différentielle du mouvement vérifiée par la composante $v_{Ay}(t)$ selon l'axe (Oy) du vecteur vitesse $\overrightarrow{v_A}(t)$ s'écrit :

$\frac{dv_{Ay}}{dt} + \frac{1}{\tau} v_{Ay} + g = 0$ où τ représente le temps caractéristique du mouvement .

1-2-La courbe de la figure 2 représente l'évolution de $v_{Ay}(t)$ au cours du temps.

Déterminer τ et déduire la valeur de k .

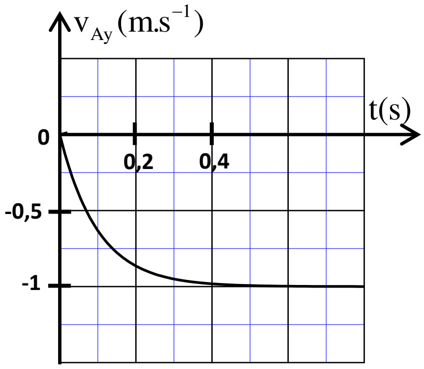


Figure 2

1-3-Déterminer, en utilisant la méthode d'Euler, la vitesse $v_{Ay}(t_i)$ à un instant t_i sachant que l'accélération à l'instant t_{i-1} est $a_{Ay}(t_{i-1}) = -4,089\,m.s^{-2}$ et que le pas de calcul est $\Delta t = 0,01s$.

2-Etude du mouvement d'un projectile dans le champ de pesanteur :

A l'instant où le centre d'inertie G_A du corps (A) passe par le point F d'altitude $h_F = 18,5\,m$ par rapport au sol, on lance un projectile (B), de masse m_B et de centre d'inertie G_B **,** d'un point P de coordonnées $(0, h_p)$ avec une vitesse initiale $\vec{V_0}$ faisant un angle α $(0<\alpha<\frac{\pi}{2})$ avec l'horizontale(figure 1). On choisit cet instant comme nouvelle origine des dates ($t=0$) pour le mouvement de (A) et celui de (B).

On néglige les frottements pour le projectile (B) et on donne : $h_P = 1,8\,m$; $V_0 = 20\,m.s^{-1}$.

2-1-Etablir les équations horaires $x_B(t)$ et $y_B(t)$ du mouvement de (B) en fonction de α et t .

2-2-Exprimer les coordonnées du point S, sommet de la trajectoire de (B), en fonction de α .

3-Les deux corps (A) et (B) se rencontrent au point S (on considère que G_A coïncide avec G_B en S). Déterminer l'angle α correspondant sachant que le corps (A) passe par F avec sa vitesse limite et que les mouvements de (A) et (B) s'effectuent dans le même plan (xOy) .

EXERCICE 6

Données :

AB = 2,4 m ; α = 20° ; $g = 9,8\,m.s^{-2}$; m = 70 kg .

1- Étude du mouvement sur la piste AB :

A l'instant t = 0 , le corps (S) part du point A sans vitesse initiale , et glisse sans frottement sur la piste AB (Figure 1) .

on étudie le mouvement de G dans le référentiel $\mathcal{R}_1(A, \vec{i_1}, \vec{j_1})$ supposé galiléen .

En appliquant la deuxième loi de Newton , déterminer :

1-1- Les coordonnées du vecteur accélération $\vec{a_G}$ dans le repère $\mathcal{R}_1(A, \vec{i_1}, \vec{j_1})$. **(0,5 pt)**

1-2- v_B la vitesse de G au point B . **(0,5 pt)**

1-3- R l'intensité de la force exercée par le plan AB sur le corps (S) . **(0,5 pt)**

On étudie dans le reste de l'exercice , le mouvement de G dans le référentiel $\mathcal{R}(O, \vec{i}, \vec{j})$ supposé galiléen (Figure 1) .

2- Étude du mouvement de G dans l'air :

Le corps (S) arrive au point C avec la vitesse $v_C = 4,67\,m.s^{-1}$, et il la quitte à un instant pris comme nouvelle origine des dates .

En plus de son poids , le corps (S) est soumis à l'action des vents artificiels , modélisée par une force horizontale constante d'expression : $\vec{f_1} = -f_1\,\vec{i}$

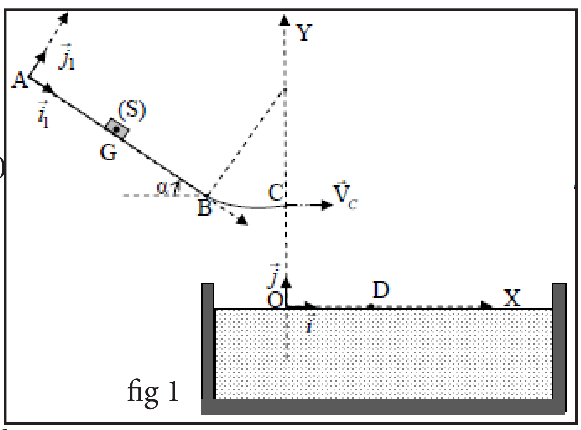


fig 1

2-1- Trouver à un instant de date t , l'expression de v_x la composante horizontale du

vecteur vitesse en fonction de m , v_C , f_1 et t . **(0,5 pt)**
2-2- A l'instant t_D= 0,86 s , G arrive au point D situé à la surface de l'eau où la composante horizontale de sa vitesse s'annule .
a) Calculer f_1 . **(0,5 pt)**
b) Déterminer la hauteur h du point C par rapport à la surface de l'eau . **(1 pt)**

3- Étude du mouvement vertical du point G dans l'eau :
Le corps (S) poursuit son mouvement dans l'eau avec la vitesse verticale $\vec{V}$ où il est soumis en plus de son poids à :
- une force de frottement fluide modélisée par le vecteur $\vec{f}$ dont l'expression dans le système international des unités est : $\vec{f} = 140V^2.\vec{j}$.
- La poussée d'Archmède $\vec{F}_A$ d'intensité : $F_A = 637$ N .

On considère l'instant d'entrée du corps (S) dans l'eau comme nouvelle origine des dates .
3-1- Montrer que la vitesse V(t) du point G vérifie l'équation différentielle suivante : $\frac{dV(t)}{dt} - 2V^2 + 0{,}7 = 0$. **(1 pt)**
3-1- Trouver la valeur de la vitesse limite V_L . **(0,5 pt)**
3-3- En utilisant le tableau ci-dessous et la méthode d'Euler , déterminer les valeurs a_{i+1} et V_{i+2} . **(1 pt)**

t (s)	V($m.s^{-1}$)	a ($m.s^{-2}$)
$t_i = 1{,}8.10^{-1}$	-1,90	6,52
$t_{i+1} = 1{,}95.10^{-1}$	-1,80	a_{i+1}
$t_{i+2} = 2{,}1.10^{-1}$	V_{i+2}	5,15

EXERCICE 7

Deux particules chargées $\mathbf{Li^+}$ et $\mathbf{X^{2+}}$ sont introduites en un point O, avec la même vitesse initiale $\vec{V}$, dans un espace où règne un champ magnétique uniforme $\vec{B}$, perpendiculaire au vecteur $\vec{V}$.

q_X et m_X sont respectivement la charge électrique et la masse de la particule $\mathbf{X^{2+}}$.

On considère que $\mathbf{Li^+}$ et $\mathbf{X^{2+}}$ sont soumises seulement à la force de Lorentz. .

Données :
- La vitesse initiale : $V=10^5\ m.s^{-1}$;
- L'intensité du champ magnétique : $B=0{,}5T$;
- La charge élémentaire: $e=1{,}6.10^{-19}$ C ;
- La masse de $\mathbf{Li^+}$: $m_{Li}=6{,}015u$;
- $1u=1{,}66.10^{-27}$ kg ;
- La figure 1 représente les trajectoires des deux particules dans le champ $\vec{B}$.

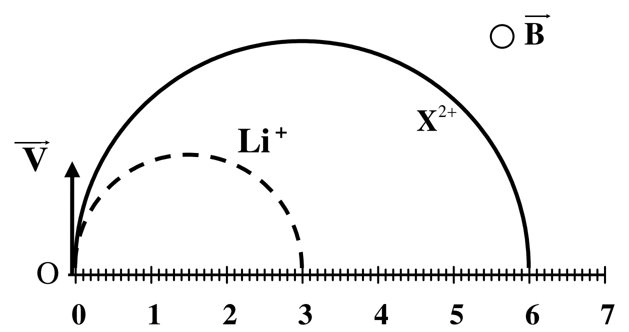


Figure 1

- on rappelle l'expression de la force de Lorentz : $\vec{F}=q\vec{V}\wedge\vec{B}$.

1. Déterminer la direction, le sens et l'intensité du vecteur force de Lorentz exercée sur la particule $\mathbf{Li^+}$ au point O.

2. Préciser le sens du vecteur $\vec{B}$ en le représentant par ⊙ s'il est vers l'avant ou par ⊗ s'il est vers l'arrière.

3. En appliquant la deuxième loi de Newton dans un référentiel galiléen, montrer que le mouvement de l'ion $\mathbf{Li^+}$ est uniforme et de trajectoire circulaire de rayon $R_{Li} = \frac{m_{Li}.V}{e.B}$.

4. En exploitant les données de la figure 1, déterminer le rapport $\frac{R_X}{R_{Li}}$; avec R_X le rayon de la trajectoire de la particule $\mathbf{X^{2+}}$.

5. Sachant que la particule $\mathbf{X^{2+}}$ se trouve parmi les trois ions proposés avec leurs masses dans le tableau ci-dessous, identifier $\mathbf{X^{2+}}$ en justifiant la réponse.

Ion	${}^{24}_{12}Mg^{2+}$	${}^{26}_{12}Mg^{2+}$	${}^{40}_{20}Ca^{2+}$
Masse (u)	23,985	25,983	39,952