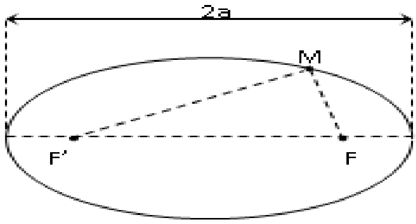
Niveaux: SM PC SVT	Matière: Physique
PROF :Zakaryae Chriki	Résumé N:13

Mouvement des satellites

I.Lois de kepler.

❖ **1er loi de Kepler (1906) : Loi des orbites**

Chaque planète décrit une ellipse dont le centre du Soleil occupe un des foyers.



Ellipse dans un plan est un ensemble de points M qui satisfont à la relation :

$$FM + F'M = 2a$$

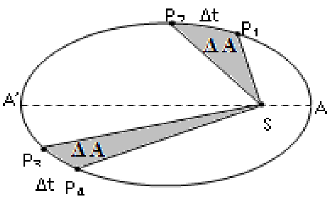
F et F' deux points constantes nommés foyers de l'ellipse

2a : Longueur du grand axe de la trajectoire elliptique

a : est le demi grand axe de la trajectoire elliptique

❖ **2eme loi de Kepler (1906) : Loi des aires**

Le segment de droite (rayon) reliant le centre du Soleil S au centre de la planète P balaie des aires égales pendant des durées égales.



Le segment de droite SP balaie des **aires proportionnelles aux durées mise pour les balayer**

La surface balayée ΔA par le segment SP au cours de son mouvement est proportionnel à la durée du balayage Δt $\quad C = \frac{\Delta A}{\Delta t}$

C : Constante dépendante des planètes

❖ **3eme loi de Kepler (1618) : Loi des périodes**

Le rapport $\frac{T^2}{a^3}$ entre le carré de la période de révolution et le cube du demi grand axe est constant.

$$\frac{T^2}{a^3} = K_S = C^{te}$$

Avec K_S : une constante pour toutes les planètes gravitantes autour du soleil, $K_S = 2{,}97.10^{-19}\ s^2.m^{-3}$

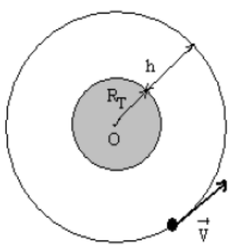
II. Etude du mouvement d'un satellite terrestre .

1. Type de muvement:

Système : un satellite de masse m, assimilé à un point matériel, situé à une distance du centre de la Terre $R = R_T + h$ et la masse de la terre est M_T

Référentiel : géocentrique supposé galiléen

Bilan des forces : la seule force extérieure qui s'exerce sur le satellite est l'attraction terrestre $\vec{F}$



- La 2eme loi de Newton appliquée au système étudié s'écrit : $\vec{F} = m.\vec{a}$
- L'accélération $\vec{a}$ est **colinéaire à** $\vec{F}$ donc dirigée vers O en tout point de la trajectoire.
- Le mouvement étant circulaire, on peut utiliser un **repère de Frénet**. $\vec{a}$ étant centripète : $\vec{a}_n = \vec{a}$ **et** $\vec{a}_u = \vec{0}$

On a : $a_u = \frac{dv}{dt} = 0$, on en déduit que la vitesse v est constante. Le mouvement est donc **circulaire et uniforme.**

2. Mouvement circulaire uniforme :

❖ **Conditions d'un mouvement circulaire uniforme**

Soit un mobile de masse m et que son centre d'inertie G est animé d'un mouvement circulaire uniforme de rayon r .

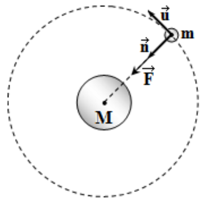
- Soit $\sum \vec{F} = \vec{F}$ la somme des forces agissante sur le mobile
- La 2eme loi de Newton $\vec{F} = m.\vec{a}_G$
- On a $\vec{a}_G = \frac{V^2}{r}.\vec{n}$ vu que Le mouvement est uniforme et $a_u = \frac{dV}{dt} = 0$ donc $\vec{F} = m.\frac{V^2}{r}.\vec{n}$

Conclusion :

Pour que le mouvement du centre d'inertie d'un mobile circulaire uniforme il faut que :

- La somme vectorielle des forces soit centrifuge (dirigée vers le centre)
- Le module de la somme vectorielle des forces est constant et vérifie la relation $F = m.\frac{V^2}{r}$

3. Mouvement planétaire des planètes et satellites :



Soit une planète de masse m décrivant un mouvement circulaire uniforme autour d'une autre planète référentielle de masse M (Le soleil par exemple ou autres planètes)

m en mouvement autour de M : m est le mobile et M est le référentielle

Dans un repère galiléen la planète (m) est soumis à la force gravitationnelle $\vec{F} = G.\frac{m.M}{d^2}.\vec{n} = G.\frac{m.M}{r^2}.\vec{n}$

avec d=r : le rayon de la trajectoire

On applique la 2eme loi de Newton sur le repère de Frénet

$$\sum \vec{F} = m.\vec{a}_G = \vec{F} \text{ et } \vec{F}\begin{pmatrix} Fu = 0 \\ Fn = F \end{pmatrix}$$

On projette sur les axes

Sur l'axe $\vec{u}$

$F_u = m.a_u = 0$ et $a_u = 0$

D'ou $a_u = \frac{dV}{dt} = 0$

V=C^{te}

Le mouvement est donc uniforme

Sur l'axe $\vec{n}$

$$F_n = m.a_n = G.\frac{m.M}{r^2} \quad \text{donc} \quad a_n = G.\frac{M}{r^2}$$

Conclusion :

L'accélération de mouvement de la planète mobile (m) :

- Indépendante de sa masse (m)
- Dépend de M la masse de la planète référentielle
- Dépend de la position de (m) par rapport à (M)

$$a_n = G.\frac{M}{r^2} = \frac{V^2}{r}$$

$$r = G.\frac{M}{V^2} = C^{te}$$

et le mouvement est circulaire

$$V^2 = G.\frac{M}{r} \quad \text{et} \quad V = \sqrt{G.\frac{M}{r}}$$

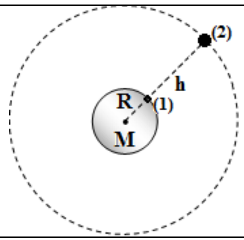
Conclusion :

La vitesse de mouvement de la planète mobile (m) :

- Indépendante de sa masse (m)
- Dépend de M la masse de la planète référentielle
- Dépend de la position de (m) par rapport à (M)

Le mouvement est donc circulaire uniforme

⁂ Expression de l'accélération en deux points

Au niveau du sol (position (1)) : $a_0 = G.\frac{M}{R^2}$		$a_h = a_0.\frac{R^2}{(R+h)^2}$
A une altitude h du sol (position (2)) : $a_h = G.\frac{M}{(R+h)^2}$		

4. Période de revolution :

La période de révolution, aussi appelée période orbitale, est la durée mise par un astre pour accomplir une révolution complète autour d'un autre astre (par exemple une planète autour du Soleil ou un satellite autour d'une planète).

$V = \frac{L}{T} = \frac{2.\pi.r}{T} = \sqrt{G.\frac{M}{r}}$ L=2.π.r : le périmètre du cercle de rayon r Et on a $\frac{4.\pi^2.r^2}{T^2} = G.\frac{M}{r}$ d'où $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4.\pi^2}{G.M}$

On en déduit que $\frac{T^2}{r^3} = K = C^{te}$ est une constante qui ne dépend que de la masse la planète référentielle et concorde bien avec la 3eme lo de Kepler

Et la période de révolution T est $T = \sqrt{\frac{4.\pi^2}{G.M}.r^3} = 2.\pi\sqrt{\frac{r^3}{G.M}}$

5 La satellisation

Lancer un corps dans l'espace avec une vitesse lui permettant de décrire, autour de la terre un mouvement circulaire uniforme et sous le seul effet de la force d'attraction qu'exerce la terre sur lui et se fait en deux étapes :

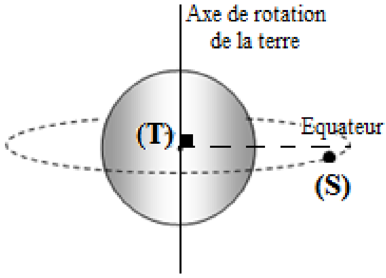
- Porter le satellite loin de la terre (à une hauteur h >200 km) ou la pesanteur est presque nulle (Eviter le frottement fluide)
- Libérer le satellite avec une vitesse $\vec{V}_0$ normale au rayon Rs de sa trajectoire et de module $v_0 = \sqrt{\frac{G.m_T}{r_T+h}}$

6. Les satellites géostationnaires

Les satellites géostationnaires : **des satellites fixes (stationnaire) par rapport à la terre (géo).**

Pour que ce soit le cas, il faut que

- Ils décrivent un **mouvement circulaire uniforme** dans un plan perpendiculaire à l'axe des pôles terrestres. Ils évoluent donc dans un **plan contenant l'équateur**.
- Qu'ils **tournent dans le même sens que la terre** autour de l'axe de ses pôles.
- Leur **période de révolution soit exactement égale à la période de rotation de la terre** autour de l'axe de ces pôles (24h).



On peut calculer l'altitude à laquelle le satellite doit se situer pour satisfaire cette dernière condition :

_ Utilisons l'expression de la période à ce satellite :

$$T = 2.\pi\sqrt{\frac{r^3}{G.M_T}} \text{ avec } r=r_T + h \text{ donc } T = 2.\pi\sqrt{\frac{(r_T+h)^3}{G.m_T}} \text{ d'où } r = \sqrt[3]{\frac{G.M_T.T^2}{4.\pi^2}} = r_T + h \text{ et } h = \sqrt[3]{\frac{G.M_T.T^2}{4.\pi^2}} - r_T = 36000\text{Km}$$

NB :

On peut considérer que $P = F$ و $a_G=g$

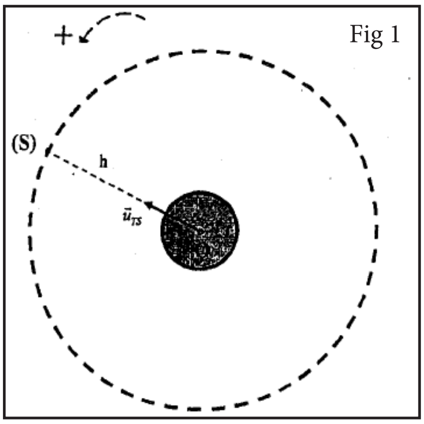
EXERCICE 1

Zarke AL Yamama , est un satellite marocain qui a pour fonction , de surveiller les frontières du royaume , de communiquer et de télédétection . Ce satellite a été réalisé par les experts du centre royal de télédétection spatial avec l'aide d'experts internationaux . Le satellite a été mis en orbite le 10 décembre 2001 à une altitude h de la surface de la Terre . Ce satellite (S) effectue environ 14 tours par jour autours de la Terre .

On suppose que la trajectoire de (S) est circulaire , et on étudie son mouvement dans le référentiel géocentrique .
On suppose que la Terre a une symétrie sphérique de répartition de masse .
On néglige les dimensions de (S) devant la distance qui le sépare du centre de la Terre .

Données :

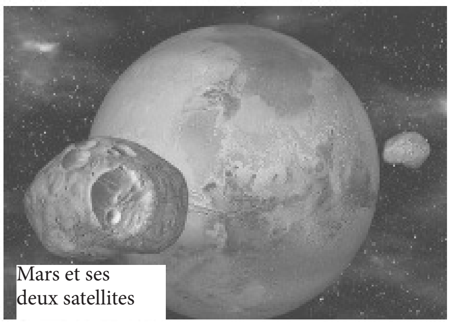
La constante gravitationnelle : $G = 6{,}67.10^{-11}$ (SI) .
Rayon de la Terre : $r_T = 6350$ km .
Intensité du champ de pesanteur à la surface de la Terre : $g_o = 9{,}8$ m.s^{-2} .
L'altitude h : h = 1000 km .
$\vec{u}_{TS}$: vecteur unitaire dirigé de O vers S .



1- Recopier le schéma de la figure 1 et représenter dessus le vecteur vitesse $\vec{V}_S$ du satellite (S) et la force d'attraction universelle appliquée par la Terre sur (S) .
2- Donner l'expression vectorielle de la force exercée par la Terre sur (S) .
3- Écrire dans la base de frenet , l'expression du vecteur accélération du mouvement de (S) .
4- En appliquant la deuxième moi de Newton sur le centre d'inertie du satellite (S) :
4-1- Montrer que le mouvement de (S) est circulaire uniforme .
4-2- Écrire l'expression de V_S en fonction de g_o , r_T et h et calculer sa valeur .
5- Montrer que la masse de la Terre est $M_T \approx 6.10^{24}$ kg .
6- Montrer que le satellite (S) n'est pas fixe par rapport à un observateur terrestre .
7- Un satellite (S') tourne autours de la Terre à la vitesse angulaire ω et apparaît fixe par rapport à un observateur terrestre et envoie des photos utilisées en météorologie .
7-1- Démontrer la relation : $\omega^2.(r_T + z)^3 = Cte$; avec z la distance entre la surface de la Terre et le satellite .
7-2- Trouver la valeur de z .

EXERCICE 2

La planète Mars est l'une des planètes du système solaire qu'on peut détecter facilement dans le ciel à cause de sa luminosité et de sa couleur rouge . Il possède deux satellites naturels ; qui sont : Phobos et Deïmos .
Les savants se sont intéressé à son étude depuis longtemps , et on envoyé plusieurs sondes spatiales pour son exploration ce qui a permis d'avoir d'importantes informations sur lui .
Cet exercice propose la détermination de quelques grandeurs physiques concernant cette planète .


Mars et ses deux satellites

Données :

- Masse du Soleil : $M_S = 2.10^{30}$ kg .
- Rayon de Mars : $R_M = 6300$ km .
- La constante gravitationnelle : $G = 6{,}67.10^{-11}$ (SI) .
- La période de la rotation de Mars autours du Soleil : $T_M = 687$ jours ; 1 jour = 86400 s .
- Intensité de la pesanteur à la surface de la Terre : $g_o = 9{,}8$ N.0kg^{-1} .

On considère que Mars et le Soleil ont une symétrie sphérique de répartition de la masse .

1- Détermination du rayon de la trajectoire de Mars et sa vitesse :

On considère que le mouvement de Mars dans le référentiel héliocentrique est circulaire , sa vitesse est V et son rayon est r (on néglige les dimensions de Mars devant les distances le séparant du centre du Soleil et on néglige aussi les autres forces exercées sur lui devant l'attraction universelle exercée par le Soleil) .

1-1- représenter sur un schéma la force exercée par le Soleil sur Mars .
1-2- Écrire en fonction de G , M_S, M_M et r,l'expression de l'intensité $F_{S/M}$ de la force d'attraction universelle exercée par le Soleil sur Mars .
(M_M est la masse de Mars)
1-3- En appliquant la deuxième loi de newton , montrer que :

1-3-1- Le mouvement de Mars est circulaire uniforme .

1-3-2- La relation entre la période et le rayon est : $\frac{T_M^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G.M_S}$. et que la valeur de r est : $r \approx 2{,}3.10^{11}$ m .

1-4- Trouver la vitesse V .

2- Détermination de la masse de Mars et l'intensité de la pesanteur à sa surface :

On considère que le satellite Phobos est en mouvement circulaire uniforme autours de Mars à la distance z = 6000 km de sa surface . La période de ce mouvement est $T_P = 460$ min (on néglige les dimensions de Phobos devant les autres dimensions) .

En étudiant le mouvement de Phobos dans un référentiel dont l'origine est confondue avec le centre de Mars , et qu'on suppose galiléen, trouver :

2-1- La masse M_M de Mars .

2-2- L'intensité de la pesanteur g_{oM} à la surface de Mars , et comparer la avec la valeur avec $g_{Mexp} = 3{,}8\ N.kg^{-1}$ mesurée à sa surface moyennant des appareils sophistiqués .

EXERCICE 3

Jupiter est la plus grande planète parmi les planètes du système solaire , et à lui seul , il représente un petit monde parmi ce système puisqu'il y a soixante six satellites qui tournent autours de lui .

Cet exercice a pour objectif l'étude du mouvement de Jupiter autours du soleil et la détermination de quelques grandeurs physique qui le caractérisent

Données :

- Masse du Soleil : $M_S = 2.10^{30}$ kg .
- La constante gravitationnelle : $G = 6{,}67.10^{-11}$ (SI) .
- La période de la rotation de Jupiter autours du Soleil : $T_J = 3{,}74.10^8$ s .

On considère que le soleil et Jupiter ont une symétrie sphérique de répartition de la masse et M_J le symbole de la masse de Jupiter .

On néglige les dimensions de Jupiter devant la distance séparant son centre et celui du Soleil , et on néglige toutes les autres forces exercées sur lui devant la force d'attraction universelle entre lui et le Soleil .

1- Détermination du rayon de la trajectoire de Jupiter et sa vitesse

On considère que le mouvement de la planète Jupiter dans le référentiel héliocentrique est circulaire et le rayon de sa trajectoire est r .

1-1- Écrire l'expression de la force d'attraction universelle en fonction M_J , M_S , G et r .

1-2- En appliquant la deuxième loi de Newton :

1-2-1- Écrire les expressions des coordonnées du vecteur accélération dans la base de Frénet , et en déduire que le mouvement de Jupitère est circulaire uniforme .

1-2-2- Montrer que la troisième de Kepler s'écrit comme suit : $\frac{T_J^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G.M_S}$.

1-3- Vérifier que $r \approx 7{,}8.10^{11}$ m .

1-4- Trouver la vitesse V de Jupiter au cours de sa rotation autours du Soleil .

2- Détermination de la masse de Jupiter

On considère que Io est l'un des satellites de Jupiter , découvert par Galilée , et qui est en mouvement circulaire uniforme de rayon $r' = 4{,}8.10^8$ m et de période $T_{Io} = 1{,}77$ jours autours du centre de Jupiter .

On néglige les dimensions de Io devant les autres dimensions , et on néglige toutes les autres forces exercées sur lui devant la force d'attraction universelle entre lui et Jupiter .

En étudiant le mouvement du satellite Io , dans un référentiel dont l'origine est confondu avec le centre de Jupiter et considéré galiléen , déterminer la masse M_J de Jupiter .

EXERCICE 4

Une « exoplanète « est une planète qui tourne autour d'une étoile autre que le soleil. Ces dernières années, les astronomes ont découvert quelques milliers d'exoplanètes en utilisant des instruments scientifiques sophistiqués. «Mu Arae» est une étoile qui est loin de notre système solaire de 50 années-lumière, quatre exoplanètes gravitent autour d'elle selon des trajectoires supposées circulaires. On symbolise cette étoile par la lettre S.

On se propose dans cet exercice de déterminer la masse de l'étoile «Mu Arae» par application de la deuxième loi de Newton et les lois de Kepler sur l'une des exoplanètes symbolisée par la lettre b.

On considère que S a une distribution sphérique de masse et que l'exoplanète b a des dimensions négligeables devant les distances la séparant de son étoile S.

On néglige l'action des autres exoplanètes sur l'exoplanète b .

La seule force à prendre en considération est la force de gravitation universelle entre l'exoplanète b et l'étoile S.

On étudie le mouvement de b dans un référentiel supposé galiléen, lié au centre de S.

Données :

- La constante de gravitation universelle :$G = 6{,}67.10^{-11}$ (S.I) ;
- Le rayon de la trajectoire de b autour de S : $r_b = 2{,}24.10^{11}$ m ;
- la période de révolution de b autour de l'étoile S : $T_b = 5{,}56.10^7$ s .

1- Écrire l'expression de l'intensité $F_{S/b}$ de la force de gravitation universelle, exercée par l'étoile S, de masse M_S , sur l'exoplanète b, de masse m_b .

2- En appliquant la deuxième loi de Newton :

2-1- Montrer que le mouvement circulaire de l'exoplanète b autour de son étoile S, est uniforme.

2-2- Établir la troisième loi de Kepler : $\frac{T^2}{r^3} = K$. K étant une constante.

2-3- Déterminer la masse M_S de l'étoile S.

EXERCICE 5

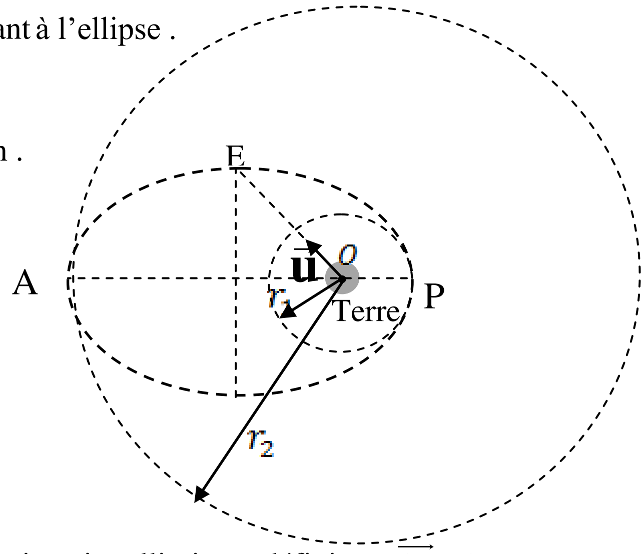
Le transfert d'un satellite artificiel terrestre (S) sur une orbite circulaire basse de rayon r_1 vere une orbite circulaire haute de rayon r_2 se fait en passant par une orbite elliptique tangente aux deux orbites circulaires comme l'indique la figure 3 . Le centre O de la Terre constitue l'un des foyers de la trajectoire elliptique .

Données : $r_1 = 6700$ km ; $r_2 = 42200$ km; constante de gravitation universelle $G = 6{,}67.10^{-11}$S.I

Masse de la Terre $M_T = 6{,}0.10^{24}$ kg ; On rappelle la propriété de l'ellipse de foyer O et O' et de demi-grand axe a : $OM + O'M = 2a$ avec M un point appartenant à l'ellipse .

On suppose que le satellite artificiel (S) est ponctuel et n'est soumis qu'à l'attraction de la Terre et que la Terre effectue un tour complet autour de son axe de rotation en 24h .

On étudie le mouvement de (S) dans le repère géocentrique .



1. En utilisant l'équation aux dimensions , déterminer la dimension de la constante G.

2- On note T_1 et T_2 les périodes respectives de (S) sur l'orbite circulaire basse et l'orbite circulaire haute .

Exprimer T_1 en fonction de r_1 , r_2 et T_2 . Calculer la valeur de T_1 sachant (S) est géostationnaire sur l'orbite circulaire haute.

3- On considère le point E qui appartient au petit axe de la trajectoire elliptique défini par $\overrightarrow{OE} = OE.\vec{u}$ et $\|\vec{u}\| = 1$.Donner l'expression du vecteur accélération $\vec{a}_S$ de (S) au point E en fonction de G , M et OE . Calculer $\|\vec{a}_s\|$ au point E .

EXERCICE 6

Le satellite HOTBIRD apparait immobile pour un observateur fixe sur la surface de la terre . Ce satellite est utilisé pour les télécommunications et les émissions radio et télévisées.

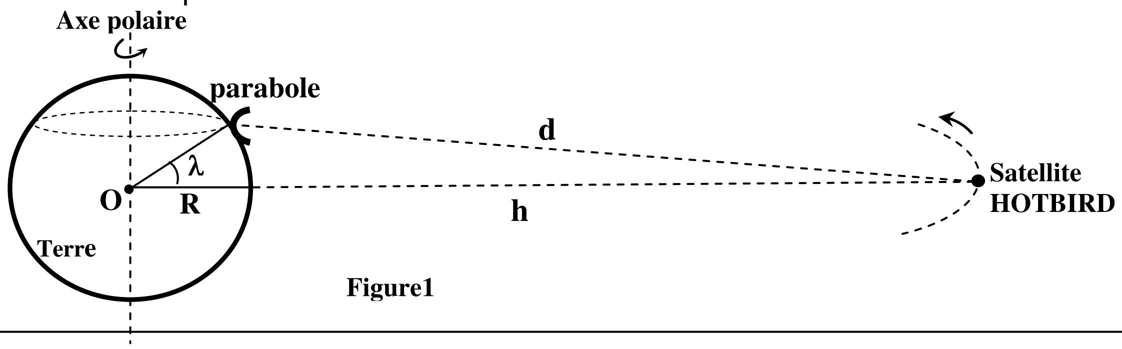


Figure1

Données :

- Masse de la Terre : $M_T = 5{,}98.10^{24}$ kg ; - Rayon de la Terre : R = 6400 km ;
- Constante d'attraction gravitationnelle : $G = 6{,}67.10^{-11}$ (S.I) ;
- On suppose que la Terre est une sphère à répartition massique symétrique ;
- La Terre effectue un tour complet autour de se son axe polaire en T=23h56min4s ;
- La hauteur de l'orbite du satellite HOTBIRD par rapport à la surface de la terre est h = 36000 km .

1- La parabole et la réception des ondes électromagnétiques

Une parabole est fixée sur le toit d'une maison qui se trouve à la latitude λ=33,5° .

1.1- Calculer dans le référentiel géocentrique la vitesse v_p de la parabole concave supposée ponctuelle .

1.2- Justifier pourquoi il n'est pas nécessaire que la parabole soit munie d'un système rotatoire qui permet de suivre le mouvement du satellite HOTBIRD .

2- Etude du mouvement du satellite HOTBIRD

On assimile le satellite HOTBIRD à un point matériel de masse m_s .

2.1- En appliquant la deuxième loi de Newton , établir l'expression de la vitesse v_s du satellite HOTBIRD sur son orbite en fonction de G , M , R et h . calculer v_s .

2.2- On considère deux orbites hypothétiques (1) et (2) d'un satellite en mouvement circulaire uniforme comme l'indique la figure(2) .

Choisir la réponse juste en justifiant votre choix :

L'orbite qui correspond au satellite HOTBIRD est :

a) L'orbite (1) .

b) L'orbite (2) .