Niveaux: SM PC SVT	Matière: Physique
PROF :Zakaryae Chriki	Résumé N:14

Mouvement de rotation

1. Définition :

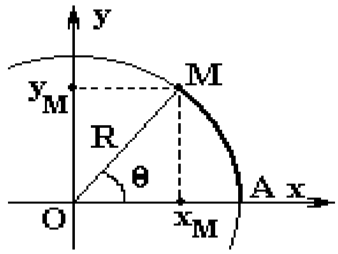
Un mouvement de rotation est tout mouvement qu'effectue un corps autours d'un axe fixe (Δ) selon une trajectoire circulaire de rayon R autour de cet axe.

2. Repérage d'un point du mobile:

On peut déterminer la position d'un point M en mouvement le long d'un trajet circulaire de rayon R soit par :

- Les coordonnées cartésiennes (x , y) dans un référentiel (Oxy)
  $x=R.\cos(\theta)$ et $y=R.\sin(\theta)$ avec $R=OM$
- L'abscisse angulaire θ tel que $\theta = (\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{OM})$
- L'abscisse curvilignes S(t) et c'est l'arc AM avec $S = \widehat{AM} = R.\theta$ avec **A :**

l'origine des abscisses curvilignes **S(A)=0**



NB :

- $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$: L'équation d'un cercle de rayon R et les cordonnées de son centre (a,b)
- L'angle balayé entre deux instants est $\theta=2\pi.n$ ou $\Delta\theta=2\pi.n$ avec n le nombre de tours effectués entre les deux instants

3. Les équations horaires du mouvement circulaires

	Mouvement circulaire uniforme	Mouvement circulaire uniformement varié
Accélération angulaire (rad.s^{-2})	Nulle $\ddot{\theta} = 0$	Constante $\ddot{\theta} = C^{te} \neq 0$
Vitesse angulaire (rad.s^{-1})	Constante $\dot{\theta} = C^{te} \neq 0$	Varie en fonction du temps $\dot{\theta} = \ddot{\theta}.t + \dot{\theta}_0$ Une fonction affine de temps d'où $\ddot{\theta} = \frac{\Delta\dot{\theta}}{\Delta t}$
Abscisse angulaire (rad)	$\theta = \dot{\theta}.t + \theta_0$ Une fonction affine de temps d'où $\dot{\theta} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$	$\theta = \frac{1}{2}\ddot{\theta}.t^2 + \dot{\theta}_0.t + \theta_0$

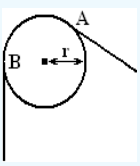
NB : **Tous les points d'un solide en rotation** autour d'un axe fixe et à tout moment tourne avec :

- Le même abscisse angulaire θ ou la même variation angulaire $\Delta\theta$
- La même vitesse angulaire $\dot{\theta} = C^{te}$
- La même accélération angulaire $\ddot{\theta} = C^{te}$

4. Relation entre grandeur linèaire (translation) et angulaire (rotation) :

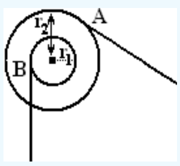
- La relation entre l'abscisse curviligne et l'abscisse angulaire $S=R.\theta$
- La relation entre la vitesse linéaire et la vitesse angulaire $V = R.\dot{\theta}$
- La relation entre l'accélération tangentielle (linéaire) et l'accélération angulaire $a_u = a_t = \frac{dV}{dt} = R.\ddot{\theta}$
- La relation entre l'accélération normale et la vitesse angulaire $a_n = \frac{V^2}{R} = R.\dot{\theta}^2$

$a_G = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$: accélération du mobile en rotation autour d'un axe fixe (Δ)



Les points A et B :

- Parcours les même distances S, $S_1=S_2$
- Avec la même vitesse, $V_1=V_2$
- Et la même accélération, $a_1=a_2$



Les points A et B :

- Parcours des distances différentes $S_1=r_1.\theta$ et $S_2=r_2.\theta$ d'où $\frac{S_2}{S_1} = \frac{r_2}{r_1}$
- avec des vitesses différentes $V_1 = r_1.\dot{\theta}$ et $V_2 = r_2.\dot{\theta}$ d'où $\frac{V_2}{V_1} = \frac{r_2}{r_1}$
- Et des accélérations différentes $a_1 = r_1.\ddot{\theta}$ et $a_2 = r_2.\ddot{\theta}$ d'où $\frac{a_2}{a_1} = \frac{r_2}{r_1}$

5. Relation fondamentale ed la dynamique (RFD):

$$\sum M_\Delta(\vec{F}) = J_\Delta.\ddot{\theta}$$

Dans un référentiel galiléen, la somme des moments des forces , appliquées à un corps en rotation autour d'un axe fixe (Δ) , est proportionnelle à l'accélération angulaire $\ddot{\theta}$ subie par ce corps

J_Δ : moment d'inertie du mobile par rapport à l'axe de rotation (Δ)

⁂ Comment exploiter la relation fondamentale de la dynamique (RFD)

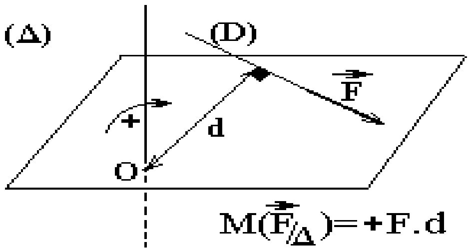
Pour résoudre un problème de dynamique en utilisant la **RFD,** la méthode est toujours la même :

1. Préciser le système à étudier
2. Faire le bilan de toutes les forces qui agissent sur le point matériel étudié (ou le centre d'inertie de l'objet étudié).
   2.1. Forces de contact
   2.2. Forces à distance
3. Faire un schéma précis et suffisamment grand pour pouvoir y représenter (tant que c'est possible) toutes les forces dont les caractéristiques bien connues.
   Exemples : le poids $\vec{P}$ et $\vec{R}$ la réaction de l'axe (Δ)
4. Choisir un sens positif de rotation (Souvent identique au sens de mouvement)
5. Déterminer l'expression du travail de chacune des forces du bilan
6. Appliquer la **RFD**
7. Répondre !!!

6. Moment d'une force par rapport à un axe fixe

$$M(\vec{F}_{/\Delta}) = \pm F.d$$

l'axe **(Δ)**



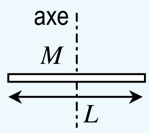
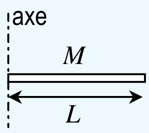
- Préciser l'axe (**Δ**)
- Choisir un sens positif (Souvent dans le sens de mouvement)
- Prolonger (D) la direction (Droite d'action) de la force $\vec{F}$
- Tracer la perpendiculaire à (D) la direction de la force $\vec{F}$ et passant par l'axe (**Δ**)
- Déterminer la distance d entre l'axe (**Δ**) et (D) la direction de la force $\vec{F}$

NB :
$M(\vec{F}_{/\Delta}) = 0$: le moment d'une force est nul pour toute force dont la direction est parallèle ou sécante l'axe (**Δ**)

7. Moment d'inertie du mobile par rapport à l'axe de rotation

$J_\Delta = \sum m_i.r_i^2$:

- Moment d'inertie du mobile par rapport à l'axe de rotation (Δ)
- S'exprime en $Kg.m^2$
- Exprime la répartition de la matière autour de l'axe (Δ)
- Varie si :
  - On ajoute des masses au système
  - On modifie la position d'au corps du système (modifier la distance r_i)
  - La position de l'axe (Δ) change

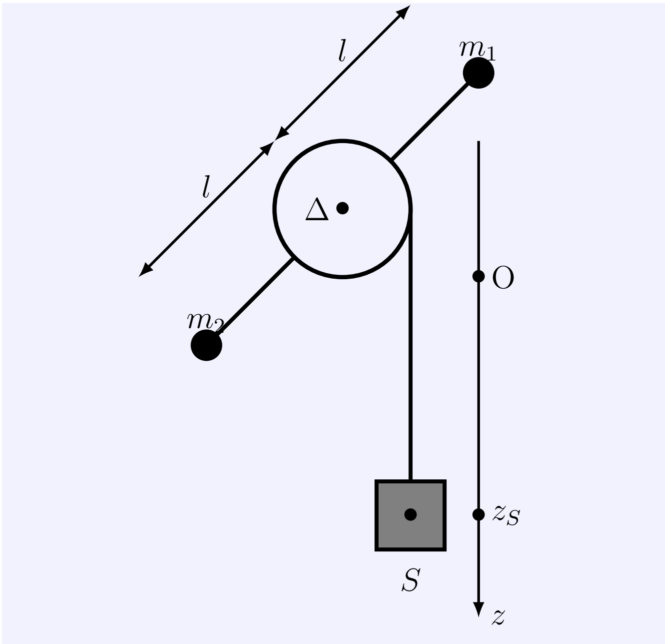
Tige	Tige mince de longueur *L* tournant autour d'un axe perpendiculaire à elle-même passant par son centre		$I = \frac{1}{12}ML^2$
	Tige mince de longueur *L* tournant autour d'un axe perpendiculaire à elle-même passant par une extrémité		$I = \frac{1}{3}ML^2$

EXERCICE 1

1. La vitesse angulaire du point M d'un solide en mouvement de rotation autour d'un axe fixe est $\dot{\theta} = 10rad/s$;
   (a) Calculer l'accélération angulaire du point M ;
   (b) Quelle est la nature du mouvement du point M ?
   (c) Écrire l'expression de l'abscisse angulaire du point M en fonction du temps , sachant que son abscisse angulaire à l'origine des dates est $\theta_0 = 2rad$
2. L'expression de l'abscisse angulaire du point N d'un solide en rotation autour d'un axe fixe est :
$$\theta(t) = 10t^2 + 40t + 6$$
   t est en (s) et θ en rad .
   (a) Déterminer l'expression de la vitesse angulaire du point N en fonction du temps
   (b) Déterminer l'expression de l'accélération angulaire du point N en fonction du temps
   (c) Quelle est la nature du mouvement du point N .

EXERCICE 2

On considère un cylindre (C) homogène de masse $M = 1kg$ et de rayon $r = 10cm$ pouvant tourner autour d'un axe fixe Δ , horizontal en passant par son centre d'inertie (G) . Une tige (T) de masse négligeable, fixée au cylindre en passant par G , à ces deux extrémités on fixe deux corps ponctuels de même masse $m_1 = m_2 = 0,5kg$ leurs centres de gravité se trouvent à une distance $l = 50cm$ de l'axe de rotation (Δ).
En enroule sur le cylindre un fil inextensible , de masse négligeable et on fixe l'autre extrémité du fil à un solide (S) de masse $m = 10kg$. Le fil ne glisse pas sur le cylindre .
On lâche le système sans vitesse initiale à la date $t = 0$. on néglige toute sorte de frottement pendant le mouvement du système .



1. Donner la signification physique des condition suivantes :
   * un fil inextensible , Le fil ne glisse pas sur le cylindre
2. Déterminer l'accélération $a = \dfrac{d^2z}{dt^2}$ du solide (S) et la tension du fil au cours du mouvement du système . L'axe Oz est orienté vers le bas .
3. Quelle est la vitesse angulaire du cylindre lorsque le solide parcourt une altitude $h = 5m$

On donne $g = 10m/s^2$

EXERCICE 3

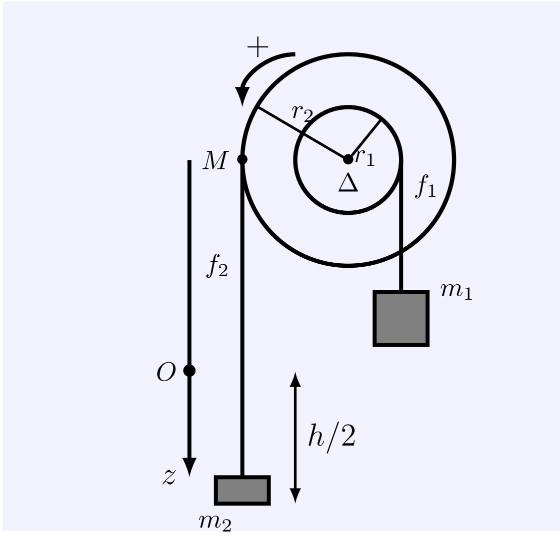
Un anneau de moment d'inertie J_Δ tourne autour de son axe (Δ) à raison de 90 tours par minute .
Pour freiner cet anneau , on exerce sur lui un couple de forces de moment $\mathscr{M}_C$ constant jusqu' à son arrêt. $\mathscr{M}_{\mathscr{C}} = -0,2N/m$. On néglige les frottements .

1. Quelle est la nature du mouvement de l'anneau pendant l'application du couple résistant ? Justifier la réponse .
2. Calculer la valeur de l'accélération angulaire de l'anneau pendant l'action du couple de freinage sachant que $J_\Delta = 8\times 10^{-3} kg.m^2$.
3. Calculer la durée de freinage .

EXERCICE 4

Un système (S) est constitué de deux cylindres homogènes (D) et (D') de même substance , de même épaisseur, coaxiaux, solidaires l'un de l'autre. Le moment d'inertie de (S) par rapport à son axe de révolution est $J_\Delta = 1,7\times 10^{-1} kg.m^2$.

On enroule sur chaque cylindre un fil inextensible de masse négligeable . Soit f_1 le fil enroulé sur D_1 de rayon r_1 à son extrémité on suspend un corps de masse $m_1 = 3kg$ et soit f_2 le fil enroulé sur le cylindre D_2 de rayon $r_2 = 2r_1 = 40cm$, à son extrémité on suspend un corps de masse $m_2 = 2kg$.



On libère le système sans vitesse initiale .

1. Montrer que le système est en mouvement dans le sens indiqué sur la figure ci-contre
2. En réalisant une étude dynamique montrer que l'équation différentielle vérifiée par $\ddot{\theta} = \dfrac{d^2\theta}{dt^2}$ peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\ddot{\theta} = \frac{r_1.g(2m_2 - m_1)}{J_\Delta + r_1^2(4m_2 + m_1)}$$

3. En déduire les valeurs de l'accélération linéaire a_1 de corps de masse m_1 et a_2 de corps de masse m_2
4. Calculer les deux tensions T_1 de f_1 et T_2 de f_2.
5. À l'instant $t = 0$ les deux corps se trouve de la même hauteur du plan horizontal (h=0.5m) et que le centre d'inertie du corps m_2 soit confondu avec l'origine de l'axe Oz qui est orienté vers le bas .
   On considère le point M contact entre le fil f_2 et D_2 voir figure .Trouver les caractéristiques du vecteur accélération $\overrightarrow{a_M}$ en ce point M à un instant t où le corps m_2 descend de $\dfrac{h}{2}$.
   On donne $g = 10m/s^2$