

**Exercice1 : (3 points)**

On considère les ensembles  $E$ ,  $F$  et  $H$  tels que :

$$E = \left\{ n \in \mathbb{N} / \frac{n^2 - 2n + 5}{n-1} \in \mathbb{N} \right\}, \quad F = \left\{ n \in \mathbb{Z} / \left| \frac{1-x}{2} \right| \leq 1 \right\} \quad \text{et} \quad H = F - E.$$

1,5

1. Écrire en extension  $E$ ,  $F$  et  $H$ .

1,5

2. Écrire en extension  $E \Delta F$ ,  $P(E)$  et  $H \times E$ .

**Exercice2 : (4 points)**

On considère l'ensemble  $E = \left\{ \frac{a^2 - 1}{a^2 + 1} / a \in \mathbb{R} \right\}$ .

1

1. a- Montrer que  $\frac{4}{5} \in E$  et  $\frac{-5}{4} \notin E$ .

0,75

b- Prouver que  $E \subset [-1; 1]$ .

1+0,25

2. a- Montrer que  $[-1; 1] \subset E$ . Que peut-on déduire ?

1

b- Déterminer  $C_{\mathbb{R}}^E$  et  $E - \bar{Z}$ .

**Exercice3 : (1,5 points)**

Résoudre dans l'ensemble  $\mathbb{R}$  ce qui suit :

0,5 + 1

$$E\left(\frac{x}{2}\right) = 1009 \quad ; \quad -2 \leq E\left(\frac{x-1}{3}\right) < 1$$

**Exercice4 : (1,5 points)**

$A$  et  $B$  deux parties non vides d'un ensemble  $E$ .

0,5

1. Montrer que :  $B \cup (A - B) = A \cup B$ .

1

2. Déduire que :  $B \cup (A - B) = A \Leftrightarrow \bar{A} \subset \bar{B}$

**Exercice5 (10 points) :** Soient  $f$  et  $g$  deux fonctions numériques, et  $C_f$ ,  $C_g$  leurs courbes respectives dans un repère orthonormé  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ , telles que :

$$f(x) = \frac{3x-3}{2x-3} \quad \text{et} \quad g(x) = \sqrt{x+1}$$

0,5

1) a- Déterminer  $D_f$  et le tableau de variation de  $f$ .

0,5

b- Déterminer  $D_g$  et le tableau de variation de  $g$ .

0,75

2) a- Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de  $C_f$ .

1

b- Vérifier que  $A(0;1)$  et  $B(3;2)$  sont deux points communs de  $C_f$  et  $C_g$ .

1,5 + 1

c- Construire  $C_f$  et  $C_g$ .

1

d- Déterminer graphiquement  $f\left(-\infty; \frac{6}{5}\right]$  et  $f\left[\frac{3}{2}; +\infty\right)$ .

3) On considère la fonction  $h$  telle que  $h = g \circ f$ .

0,75

a- déterminer  $D_h$ .

1

b- Étudier la monotonie de  $h$  sur les deux intervalles  $]-\infty; \frac{6}{5}]$ ,  $]\frac{3}{2}; +\infty[$ .

0,5

c- Dresser le tableau de variation de  $h$ .

0,5

d- Montrer que :  $\forall x \in ]-\infty; \frac{6}{5}]$ ,  $0 \leq h(x) \leq \sqrt{\frac{5}{2}}$

1

e- Calculer  $h(x)$  pour  $x \in D_h$ .