

## Exercice (1)

Soient  $f$  et  $g$  deux fonctions définies par :  $f(x) = x^2 - x$  et  $g(x) = \frac{2x-2}{x+1}$

## Partie (1)

1.5 pt

1) a) dresser le tableau de variation de  $f$  et  $g$

1.5 pts

b) qu'elle est la nature de chacune des courbes  $(C_f)$  et  $(C'_g)$  et leurs éléments caractéristiques

1 pt

2) a) prouver que  $(\forall x \in \mathbb{R} - \{-1\}) f(x) = g(x) \Leftrightarrow (x+2)(x-1)^2 = 0$

1 pt

b) déduire les points d'intersections des courbes  $(C_f)$  et  $(C'_g)$

0.5 pt

3) a) déterminer les points d'intersections de la courbe  $(C_f)$  et l'axe des abscisses

2 pts

b) tracer dans un même repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  les deux courbes  $(C_f)$  et  $(C'_g)$

1 pt

4) résoudre graphiquement l'inéquation  $x^2 - x - 1 \geq \frac{x-3}{x+1}$

## Partie (2)

Soit  $F$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  telle que : 
$$\begin{cases} F \text{ est paire} \\ F(x) = g(x) & ; \quad x \leq -2 \\ F(x) = f(x) & ; \quad -2 < x \leq 0 \end{cases}$$

2 pts

1) calculer  $F(5)$  et  $F\left(\frac{3}{2}\right)$

1.5 pts

2) donner le tableau de variation de  $F$  sur  $\mathbb{R}$

1 pt

3) donner une expression de  $F(x)$  pour tout  $x$  de l'intervalle  $[0, 2[$

1.5 pts

4) tracer dans un autre repère  $(O', \vec{i}', \vec{j}')$  la courbe de la fonction  $F$

## Exercice (2)

1) soit  $f$  un fonction périodique de période  $T$

0.75 pt

a) montrer par récurrence que  $(\forall k \in \mathbb{N}) f(x + kT) = f(x)$

0.75 pt

b) en déduire que  $(\forall k \in \mathbb{Z}) f(x + kT) = f(x)$

2) soient  $c$  un réel et  $f$  une fonction périodique de période  $T$  telle que :

$$(\forall x \in [0, T[) f(x) = c$$

0.5 pt

a) soit  $x$  un réel et on pose  $k = E\left(\frac{x}{T}\right)$ . encadrer  $x - kT$

0.5 pt

b) en déduire que  $f(x) = c$

3) soit  $n$  un entier non nul.

on considère la fonction  $F$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $F(x) = E\left(\frac{E(nx)}{n}\right) - E(x)$

1 pt

a) montrer que  $T = 1$  est une période de  $F$

2 pts

b) donner l'expression de  $F(x)$  pour tout  $x$  de  $[0, 1[$  puis conclure