


1B.SM	Mathématique	
	Contrôle 3	
Trimestre 1	23/12/2017	Lycée Anisse

Durée : 2h

Exercice 1 : (4 Points)

On considère dans le plan les points $A\left(\frac{-1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ et $B\left(\frac{1}{2}, \frac{-\sqrt{3}}{2}\right)$ et $C(1,0)$.

1- Calculer $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ et $\sin(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$.

2

2- Déterminer la mesure de l'angle orienté $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$.

1

3- Calculer l'aire du triangle ABC .

1

Exercice 2 : (5 Points)

1- Soit (C) un cercle d'équation : $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 23 = 0$

a - Déterminer le centre et le rayon de (C) .

1

b - Vérifier que $A(1+\sqrt{6}, 0) \in (C)$.

0.5

c - Donner l'équation de la droite tangente au cercle en A .

1

2- a- Vérifier que le point $B(-8, 2)$ est à l'extérieur de (C) .

0.5

b- Déterminer les équations des deux tangentes à (C) et qui passent par le point B .

2

Exercice 3 : (6 Points)

Soit $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite numérique définie par :
$$\begin{cases} U_0 = 5 \\ U_{n+1} = \frac{3U_n + 2}{U_n + 4} \end{cases} ; n \in \mathbb{N}$$

1. Montrer que : $U_n > 1$ pour tout n de \mathbb{N} .

1

2. a - Montrer que : $U_{n+1} - U_n = \frac{(1-U_n)(U_n+2)}{U_n+4}$ pour tout n de \mathbb{N} .

0.75

b - Dédire que $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est décroissante.

0.25

3. on pose : $V_n = \frac{U_n - 1}{U_n + 2}$; $n \in \mathbb{N}$

a. Montrer que : $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite géométrique et déterminer ses caractéristiques .

1

b. Exprimer V_n en fonction de n .

0.5

c. Montrer que : $U_n = \frac{1 + \frac{8}{7} \left(\frac{2}{5}\right)^n}{1 - \frac{4}{7} \left(\frac{2}{5}\right)^n}$

1

4. a. Calculer la somme : $S_n = V_0 + V_1 + V_2 + \dots + V_{n-1}$.

0.75

b. déduire la somme : $T_n = \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{U_k + 2}$

0.75

Exercice4 : (5 Points)

Soit $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite numérique définie par : $\begin{cases} U_0 = k \\ (\forall n \in \mathbb{N}) : U_{n+1} U_n = 1 + k U_n \end{cases}$; $k \in \mathbb{N}^*$

Et Soient $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(W_n)_{n \in \mathbb{N}}$ deux suites définies par : $V_n = U_{2n}$ et $W_n = U_{2n+1}$

1

1. Montrer que : $k \leq U_n \leq 1 + k$ pour tout n de \mathbb{N} .

2. a - Montrer que : $V_{n+1} = k + \frac{V_n}{1 + k V_n}$ pour tout n de \mathbb{N} .

0.5

b - Montrer que : $W_{n+1} = k + \frac{W_n}{1 + k W_n}$ pour tout n de \mathbb{N} .

0.5

c - Montrer que : $W_n = k + \frac{1}{V_n}$ pour tout n de \mathbb{N} .

0.5

3 - Montrer que : $V_n \leq W_n$ pour tout n de \mathbb{N} .

1

4 - Démontrer que $(W_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est décroissante et que $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est croissante

5 - Montrer que : $W_{n+1} - V_{n+1} \leq \frac{W_n - V_n}{(1 + k^2)^2}$ pour tout n de \mathbb{N} .

0.5

6 - Déduire que : $W_n - V_n \leq \frac{W_0 - V_0}{(1 + k^2)^{2n}}$ pour tout n de \mathbb{N} .

0.5

« Sans doute il serait plus simple de n' enseigner que le résultat. Mais l'enseignement des résultats de la science n' a jamais été un enseignement scientifique ». **Gaston Bachelard.**

Bon courage