


1B.SM	<u>Mathématique</u> Contrôle 1	 Anisse Groupe scolaire
Trimestre 1	16/10/2017	Lycée Anisse

Durée : 2h

<p>Exercice 1 (4.5 Points)</p> <p>Donner la valeur de vérité de chacune des propositions suivantes puis écrire sa négation :</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $P_1: (\forall x \in \mathbb{R}): x^2 + x + 1 \leq 0$ 2. $P_2: (\exists n \in \mathbb{N}): n^2 - 4n = -3$ 3. $P_3: (\forall x > 0): x + \frac{9}{x} \geq 6$ 4. $P_4: (\forall a \in \mathbb{R}_+)(\forall b \in \mathbb{R}_+): \frac{a}{5+a} = \frac{b}{5+b} \Rightarrow a = b$ 5. $P_5: (\forall n \in \mathbb{N}^*): \frac{(n+2)!}{n!} \in \mathbb{N}$ 	<p>0.5pt</p> <p>1pts</p> <p>1pts</p> <p>1pts</p> <p>1pts</p>
<p>Exercice 2 (10 Points)</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Montrer que : $x \neq 4 \Rightarrow \frac{x+6}{x-2} \neq 5$ pour tout réel $x \neq 2$ 2. Montrer que : $\frac{a}{1+a} = \frac{b}{1+b} \Leftrightarrow a = b$ pour tout réels a et b distincts de -1 3. Montrer que : $(\forall x \geq 0): \sqrt{x+8} + \sqrt{x+3} = 5 \Leftrightarrow x = 1$ 4. Montrer que : $(\forall a \in \mathbb{R}^+)(\forall b \in \mathbb{R}^+): a \neq b \Rightarrow \frac{a^2+5}{a^2+2} \neq \frac{b^2+5}{b^2+2}$ 5. Montrer que : $(\forall y \in]1, +\infty[)(\exists x \in]2, +\infty[): \left(\sqrt{\frac{x}{x-2}} = y \right)$ 6. Montrer que : 7 divise $3^{2n} - 2^n$ pour tout n de \mathbb{N} 7. Etablir que : $\sum_{k=1}^{k=n} q^k = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$ pour tout n de \mathbb{N}^* et $\forall q \in \mathbb{R} - \{1\}$ 8. Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}^*)(\exists (a_n, b_n) \in \mathbb{N}^2): (1+\sqrt{2})^n = a_n + \sqrt{2}b_n$ 	<p>1pts</p> <p>1.5pts</p> <p>1.5pts</p> <p>1.5pts</p> <p>1pts</p> <p>1pts</p> <p>1.5pts</p> <p>1pts</p>

Exercice 3 (2 Points)

On considère la fonction f définie par : $f(x) = \sqrt{x + \sqrt{x}} - \sqrt{x}$

1. Montrer que f est majorée par le nombre $\frac{1}{2}$ sur \mathbb{R}^+
2. Montrer que f est minorée par le nombre 0 .

1 pts
1 pts

Exercice 4 (1.5 Points)

On considère la fonction g définie par : $g(x) = x^2 - 2x\sqrt{x} + x - 4$

Montrer que g admet une valeur minimale sur \mathbb{R}^+

1.5pts

Exercice 5 (1.5 Points)

Soient x et y deux réels de l'intervalle $] -1, 1[$.

Montrer que : $-1 < \frac{x+y}{1+xy} < 1$

1.5pts

N.B: + 1pts pour l'organisation et la précision de la réponse

La logique est l'art de la démonstration

- ☺ Agir d'abord ; rectifier ensuite s'il y a lieu ; tout refaire s'il le faut, mais ne pas rester inactif dans l'attente du parfait.

Bon courage