

**EXERCICE (1)**

Déterminer la négation de chacune des propositions suivantes

$$(1) \quad "(\forall x \in \mathbb{R}) : x \leq 0 \text{ ou } x + \frac{1}{x} \geq 2 "$$

$$(2) \quad "(\forall n \in \mathbb{N}^*) : \left( \left| x \right| \leq \frac{1}{n} \right) \Rightarrow (x = 0) "$$

$$(3) \quad "(\forall x \in \mathbb{R})(\exists p \in \mathbb{Z}) : p \leq x < p + 1 "$$

**EXERCICE (2)**

En utilisant le raisonnement par contraposé montrer que

$$1) \quad (\forall x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R}) : (x \neq 1 \text{ et } y \neq -2) \Rightarrow (xy - 2 \neq y - 2x)$$

2) montrer que

$$(\forall x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R}) : \left( x \neq -\frac{1}{2} \text{ et } y \neq -\frac{1}{2} \right) \Rightarrow \left( 2xy + x + y \neq -\frac{1}{2} \right)$$

**EXERCICE (3)**

1) montrer par récurrence que

$$(\forall n \in \mathbb{N}^*) \quad -1 + 2 - 3 + \dots + (-1)^n n = \frac{(-1)^n (2n + 1) - 1}{4}$$

$$2) \text{ a) montrer que } (\forall m \in \mathbb{N}^*) \quad \sqrt{m+1} - \sqrt{m} \leq \frac{1}{\sqrt{m+1}}$$

b) montrer par récurrence que

$$(\forall n \in \mathbb{N}^*) \quad 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}} \geq \sqrt{n}$$

**EXERCICE (1)**

Déterminer la négation de chacune des propositions suivantes

$$(1) \quad "(\forall x \in \mathbb{R}) : x \leq 0 \text{ ou } x + \frac{1}{x} \geq 2 "$$

$$(2) \quad "(\forall n \in \mathbb{N}^*) : \left( \left| x \right| \leq \frac{1}{n} \right) \Rightarrow (x = 0) "$$

$$(3) \quad "(\forall x \in \mathbb{R})(\exists p \in \mathbb{Z}) : p \leq x < p + 1 "$$

**EXERCICE (2)**

En utilisant le raisonnement par contraposé montrer que

$$1) \quad (\forall x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R}) : (x \neq 1 \text{ et } y \neq -2) \Rightarrow (xy - 2 \neq y - 2x)$$

2) montrer que

$$(\forall x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R}) : \left( x \neq -\frac{1}{2} \text{ et } y \neq -\frac{1}{2} \right) \Rightarrow \left( 2xy + x + y \neq -\frac{1}{2} \right)$$

**EXERCICE (3)**

1) montrer par récurrence que

$$(\forall n \in \mathbb{N}^*) \quad -1 + 2 - 3 + \dots + (-1)^n n = \frac{(-1)^n (2n + 1) - 1}{4}$$

$$2) \text{ a) montrer que } (\forall m \in \mathbb{N}^*) \quad \sqrt{m+1} - \sqrt{m} \leq \frac{1}{\sqrt{m+1}}$$

b) montrer par récurrence que

$$(\forall n \in \mathbb{N}^*) \quad 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}} \geq \sqrt{n}$$