


IBSM	Mathématique	
	Contrôle 2	
Trimestre 1	2016/11/23	Lycée Anisse

Durée : 2h

Exercice 1: (4.5 Points)

Soit f une application définie de $\mathbb{R} - \{2\}$ vers \mathbb{R} par : $f(x) = \frac{3x+5}{x-2}$

1. Montrer que f est une application injective.
2. Déterminer : $f^{-1}(5)$
3. Déterminer : $f(]2; +\infty[)$ et $f^{-1}(]-\infty; 3[)$.

2pts
0.5pts
2pts

Exercice 2: (4.5 Points)

Soit f une application définie par : $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $x \rightarrow x^2 - 8x + 7$

1. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $f(x) = 7$. f est-elle injective ?
2. Montrer que : $\forall x \in \mathbb{R} : f(x) \geq -9$. f est-elle surjective ?
3. Soit g la restriction de f sur $]-\infty; 4]$:

Prouver que g est bijective de $]-\infty; 4]$ vers $[-9; +\infty[$ et donner l'expression de $g^{-1}(x)$

Pour tout x de $[-9; +\infty[$.

1.5pts
1.5pts
1.5pts

Exercice 3: (4.5 Points)

On considère la fonction f une définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = \frac{3x^2 - 1}{x^2 + 2}$

1- **a.** Montrer que f est une fonction paire .

b. Vérifier que : $\forall x \in \mathbb{R} : f(x) = 3 - \frac{7}{x^2 + 2}$

c. Montrer que : $\forall x \in \mathbb{R} : \frac{-1}{2} \leq f(x) < 3$

2- Etudier la monotonie de f sur $[0; +\infty[$ et déduire sa monotonie sur $]-\infty; 0]$.

1pts
0.5pts
1.5pts
1.5pts

Exercice 4: (5 Points)

On considère les deux fonctions f et g définies par :

$$f(x) = \sqrt{x-3} \quad \text{et} \quad g(x) = x^2 - 4x + 5$$

1-Dresser le tableau de variation de f et g .

2- Montrer que g admet une valeur minimale sur \mathbb{R} .

3-On considère la fonction h définie sur $[3, +\infty[$ par : $h(x) = g \circ f(x)$

a- Déterminer l'expression de $h(x)$ pour tout x de l'intervalle $[3, +\infty[$.

b- Etudier la monotonie de h sur les deux intervalles $[3, 7[$ et $[7, +\infty[$.

1pts

1pts

1pts

2pts

Exercice 5: (1.5 Points)

$$F: \mathbb{R}^+ \rightarrow [2; +\infty[$$

Montrer que l'application :

est une bijection

$$x \rightarrow x^2 + 2x\sqrt{x} + x + 2$$

et que : $F^{-1}(x) = \frac{1}{4} \left(\sqrt{1 + 4\sqrt{x-2}} - 1 \right)^2$ pour tout $x \in [2, +\infty[$

1.5pts

La logique est l'art de la démonstration

« Sans doute il serait plus simple de n'enseigner que le résultat. Mais l'enseignement des résultats de la science n'a jamais été un enseignement scientifique ». **Gaston Bachelard.**

Bon courage