


<b>1BSM</b>	<b><u>Mathématique</u></b> <b>Contrôle 2</b>	 <b>Anisse</b> Groupe scolaire
<b>semestre 1</b>	<b>23/11/2017</b>	<b>Lycée Anisse</b>

Durée : 2h

<p><b><u>Exercice 1:</u></b> ( 5 Points )</p> <p>Soit <math>f</math> une application définie de <math>\mathbb{R} - \{1\}</math> vers <math>\mathbb{R}</math> par : <math>f(x) = \frac{2x+5}{x-1}</math></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Montrer que <math>f</math> est une application injective.</li> <li>2. Déterminer : <math>f^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)</math></li> <li>3. Déterminer : <math>f(]1; +\infty[)</math> et <math>f^{-1}(]-\infty; 2])</math>.</li> </ol>	<p>2pts</p> <p>1pts</p> <p>2pts</p>
<p><b><u>Exercice 2:</u></b> ( 2.5 Points )</p> <p>Soit <math>g</math> une application définie de <math>\mathbb{R}</math> vers <math>\mathbb{R}</math> par : <math>g(x) = x^3 + x - 2</math></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Montrer que <math>g</math> est une application injective</li> <li>2. Déduire les solutions de l'équation <math>g(x) = 0</math>.</li> </ol>	<p>1.5pts</p> <p>1pts</p>
<p><b><u>Exercice 3:</u></b> ( 3 Points )</p> <p>Soit <math>h</math> une application définie par :</p> $h: ]0; +\infty[ \rightarrow \mathbb{R}$ $x \rightarrow x + \frac{1}{x}$ <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Montrer que : <math>\forall x \in \mathbb{R}^*_+</math> <math>h\left(\frac{1}{x}\right) = h(x)</math>. <math>h</math> est-elle injective ? justifier</li> <li>2. Montrer que : <math>\forall x \in ]0; +\infty[</math> : <math>h(x) \geq 2</math>. <math>h</math> est-elle surjective ? justifier</li> </ol>	<p>1.5pts</p> <p>1.5pts</p>
<p><b><u>Exercice 4:</u></b> ( 2 Points )</p> <p>Montrer que l'application :</p> $F: [4; +\infty[ \rightarrow [0; +\infty[$ $x \rightarrow \sqrt{x-2}\sqrt{x}$ <p style="text-align: right;">est bijective</p> <p>et que : <math>F^{-1}(x) = \left(1 + \sqrt{1+x^2}\right)^2</math> pour tout <math>x \in [0; +\infty[</math></p>	<p>2pts</p>

<p><b>Exercice 5:</b> ( 2.5 Points )</p> <p>Soit une fonction numérique <math>f</math> à variable réelle <math>x</math> définie par : <math>f(x) = x^3 - 3x + 1</math></p> <p><b>1:</b> Montrer que la fonction <math>f</math> est décroissante sur l'intervalle <math>[0,1]</math></p> <p><b>2:</b> Dédire que : <math>\forall x \in [0,1]: -1 \leq f(x) \leq 1</math></p>	<p>1.5pts</p> <p>1pts</p>
<p><b>Exercice 6:</b> ( 3.5 Points )</p> <p>On considère l'ensemble <math>E</math> définie par : <math>E = \left\{ \frac{x}{\sqrt{x-1}} \mid x \in ]1; +\infty[ \right\}</math></p> <p><b>1.</b> Montrer que : <math>3 \in E</math> et que <math>1 \notin E</math></p> <p><b>2.</b> Montrer que : <math>E \subset [2; +\infty[</math></p> <p><b>3. a.</b> Prouver que <math>(\forall y \in [2; +\infty[) (\exists x \in ]1; +\infty[): y = \frac{x}{\sqrt{x-1}}</math></p> <p><b>b.</b> Dédire que <math>E = [2; +\infty[</math></p>	<p>1pts</p> <p>1pts</p> <p>1pts</p> <p>0.5pts</p>
<p><b>Exercice 7:</b> ( 1.5 Points )</p> <p>Soit <math>G</math> la fonction définie par : <math>G(x) = \frac{x - E(x)}{x + 1 - E(x)}</math></p> <p><b>1.</b> Démontrer que <math>D_G = \mathbb{R}</math>.</p> <p><b>2.</b> Montrer que <math>\forall x \in \mathbb{R}: G(x+1) = G(x)</math>.</p> <p><b>3.</b> Montrer que <math>\forall x \in [0;1[: G(x) = \frac{x}{x+1}</math>.</p>	<p>0.5pts</p> <p>0.5pts</p> <p>0.5pts</p>

« Sans doute il serait plus simple de n'enseigner que le résultat. Mais l'enseignement des résultats de la science n'a jamais été un enseignement scientifique ». **Gaston Bachelard.**

**Bon courage**