2015-14	DEVOIR	1ère bac SM

Exercice 1

Calculer les limites suivantes

$\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{x^2+x}-\sqrt{x^2-x}$	$\lim\limits_{\substack{x\to-3 \\ x>-3}} \dfrac{2x^2+1}{x^2+3x}$	$\lim\limits_{x\to-2} \dfrac{3x^2+7x+2}{x^2+x-2}$
$\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{xE(2x)-1}{x^2-4}$	$\lim\limits_{x\to0} \dfrac{2\tan^2 x + x\sin 2x}{1-\cos 3x}$	$\lim\limits_{x\to1} \dfrac{x^2+\sqrt{x}-2}{3x^2-\sqrt{x}-2}$

Déterminer les deux limites ci-dessous

$\lim\limits_{x\to-1} \dfrac{x^2+5x-6\sqrt{x+2}+10}{(x+1)^2}$	$\lim\limits_{x\to6} \dfrac{\sqrt{x+\sqrt{x+3}}-3}{\sqrt{x-\sqrt{x-2}}-2}$

Exercice 2

Soit a un réel de $]0,+\infty[$.

1) montrer par récurrence que $(\forall n\in\mathbb{N}^*)\ \lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-\cos^n(ax)}{x^2}=\dfrac{na^2}{2}$

2) en déduire la limite $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-\cos^5\left(x\sqrt{13}\right)}{1-\cos\left(\dfrac{x}{\sqrt{31}}\right)}$

Exercice 3

Soit a un réel non nul . on considère la suite $(U_n)_n$ définie par :

$$\begin{cases} U_0=1 \quad et \quad U_1=3 \\ U_{n+2}=\dfrac{1}{2}a^2U_{n+1}+(a-3)U_n \end{cases}$$ on pose et $V_n=U_{n+1}-U_n$

1) On prend $a=2$

a) Vérifier que $(V_n)_n$ est constante puis déduire la nature de $(U_n)_n$

b) déterminer U_n et $S_n=\sum\limits_{k=0}^{k=n}U_k$ en fonction de n

2) on suppose que $a=-4$

a) montrer que $(V_n)_n$ est géométrique et déterminer V_n en fonction de n

b) calculer $T_n=\sum\limits_{k=0}^{k=n-1}V_k$ en fonction de n puis déduire U_n en fonction de n