

**Exercice 1**

Calculer les limites ci-dessous

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{2x^2 + x} - \sqrt{2x^2 - 3x}$	$\lim_{\substack{x \rightarrow 3 \\ x < 3}} \frac{2x^2 + 1}{3x - x^2}$	$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 + 5x - 2}{2x^2 + 5x + 2}$
$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{xE(-x) + 11}{4x^2 - 9}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \tan x - \sin 2x}{x^3}$	$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 5\sqrt{x} - 6}{x - 5\sqrt{x} + 6}$

**Exercice 2**Soient  $a$  et  $b$  deux réels de  $\mathbb{R}^*$ .

1) a) calculer  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1 - bx^2}}{x^2}$

b) montrer par récurrence que  $(\forall n \in \mathbb{N}^*) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^n(ax)}{x^2} = \frac{na^2}{2}$

2) en déduire la limite  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1 - 600x^2} \cos^{11}(13x) \cos^{13}(11x)}{x^2}$

**Exercice 3**Soit  $(U_n)_n$  la suite telle que  $U_0 = \frac{1}{2}$  et  $U_{n+1} = \sqrt{\frac{1}{2}U_n^2 + 2}$ 

1) montrer que  $(\forall n \in \mathbb{N}) 0 < U_n < 2$

2) étudier le signe de  $U_{n+1}^2 - U_n^2$  en déduire la monotonie de  $(U_n)_n$

3) on pose  $V_n = U_n^2 - 4$

a) montrer que  $(V_n)_n$  est géométrique puis déterminer  $U_n$  en fonction de  $n$

b) calculer en fonction de  $n$  la somme  $S_n = \sum_{k=0}^{k=n} U_k^2$

**Exercice 4**

1) résoudre dans  $]0, \pi[$  l'équation  $\sin 5x = 0$

2) a) montrer que  $\sin 3x + \sin 5x = 8 \sin x \cos^2 x (1 - 2 \sin^2 x)$

b) sachant que  $\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x$  montrer que  $\sin 5x = \sin x (16 \sin^4 x - 20 \sin^2 x + 5)$

3) en déduire les valeurs de  $\sin \frac{\pi}{5}$  ;  $\sin \frac{2\pi}{5}$