

### Devoir surveillé 2 de Mathématiques

**12.5 pt** **Exercice 1** En rapportant le plan au repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , et considérons les points :  $A(2, 1)$  ;  $B(4, 3)$  et  $C(3 - \sqrt{3}, 2 + \sqrt{3})$ .

2pt 1. Calculer  $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ ,  $\cos(\vec{AB}, \vec{AC})$ ,  $\sin(\vec{AB}, \vec{AC})$ , puis déduire la nature du triangle  $ABC$ .

2. Soit  $(C)$  le cercle défini par l'équation cartésienne suivante :

$$(C) : x^2 + y^2 - 4x - 2y - 3 = 0$$

Considérons  $(\Delta)$  la droite défini par :  $(\Delta) : mx + y - 7m = 0$  où  $m$  est un paramètre réel.

1pt (a) Déterminer les coordonnées du centre  $\Omega$  et le rayon  $R$  du cercle  $(C)$ .

1pt (b) Déterminer une équation cartésienne de la droite  $(AB)$ .

1pt (c) Déterminer la valeur de  $m$  pour que  $(\Delta)$  soit perpendiculaire à  $(AB)$ .

2.5pt (d) Calculer  $d(\Omega, (\Delta))$ , puis déduire les valeurs de  $m$  pour que la droite  $(\Delta)$  soit tangente à  $(C)$  en déterminant leur point commun.

1pt 3. Déterminer l'équation cartésienne du cercle  $(C')$  de diamètre  $[AB]$ .

1pt 4. Vérifier que  $C$  est à l'extérieur de  $(C')$

3pt 5. Donner les équations cartésiennes des tangentes à  $(C')$  passant par le point  $C$ .

**7.5 pt** **Exercice 2** Soient  $ABC$  un triangle et  $I$  le milieu du segment  $[BC]$  et  $G$  le barycentre des points pondérés  $(A, -2)$  ;  $(B, 1)$  et  $(C, -1)$ .

2pt 1. (a) Montrer que  $\vec{AG} = \frac{1}{2}\vec{BC}$  puis construire la figure.

1pt (b) En déduire que  $AGCI$  est un parallélogramme.

2. Soit  $K$  le point d'intersection des droites  $(CG)$  et  $(AB)$ .

1.5pt (a) Écrire  $G$  comme barycentre de  $C$  et  $K$  avec des coefficients à déterminer.

1.5pt (b) En déduire que  $G$  est le milieu du segment  $[CK]$  et que  $\vec{KA} = \frac{1}{2}\vec{KB}$ .

1.5pt 3. Déterminer l'ensemble des points  $M$  du plan tels que :

$$\| -2\vec{MA} + \vec{MB} - \vec{MC} \| = \| \vec{MA} - \vec{MB} \|$$

Aucun document n'est autorisé.

Les questions peuvent être traités dans un ordre quelconque.

Toutes les réponses devront être justifiées. La note tiendra compte de la qualité de la rédaction.