

1,5  
0,75

**Exercice1 :** Soit  $(u_n)_{n \geq 1}$  une suite arithmétique de raison  $r$ , tel que  $u_3 = 11$  et  $u_7 = 3$   
1) Montrer que  $r = -2$ , et écrire  $u_n$  en fonction de  $n$ .  
2) Calculer la somme  $S = u_3 + u_4 + \dots + u_{20}$ .

0,25

**Exercice2 :** Soit  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  la suite numérique définie par :  $u_0 = 0$  et  $\forall n \in \mathbb{N} : u_{n+1} = \frac{u_n - 3}{u_n + 5}$

1

1) calculer  $u_1$

2) Montrer que :  $\forall n \in \mathbb{N}, u_n > -1$

1

3) a- Montrer que :  $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} - u_n = \frac{-(u_n + 1)(u_n + 3)}{u_n + 5}$

1

b- Étudier la monotonie de la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ .

0,5

c- Dédire que :  $\forall n \in \mathbb{N}, -1 < u_n \leq 0$

1,5

4) Soit  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$  la suite numérique définie par :  $\forall n \in \mathbb{N}, v_n = \frac{u_n + 1}{u_n + 3}$

1

a- Montrer que  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est une suite géométrique, de raison  $q = \frac{1}{2}$  et calculer  $v_0$ .

b- Écrire  $v_n$  en fonction de  $n$ .

1,5

c- Montrer que :  $\forall n \in \mathbb{N}, u_n = \frac{1 - (\frac{1}{2})^n}{\frac{1}{3} \times (\frac{1}{2})^n - 1}$

1

5) a- Montrer que :  $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} + 1 \leq \frac{1}{2}(u_n + 1)$

1

b- Dédire que :  $\forall n \in \mathbb{N}, u_n + 1 \leq (\frac{1}{2})^n$

1,5

**Exercice 3 :** Le plan est rapporté à un repère orthonormé  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ , on considère l'ensemble (C) des points  $M(x, y)$ , tel que  $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 3 = 0$

1,5

1) Montrer que (C) est un cercle de centre  $\Omega(1, -1)$  et de rayon est  $R = \sqrt{5}$ .

1

2) On considère dans le plan les points  $A(2, 1)$  et  $B(4, -2)$ .

1

a- Montrer que  $A \in (C)$  et que B est à l'extérieure de (C).

1,5

b- Déterminer l'équation de la tangente (T) à (C) au point A.

1,5

3) a- Montrer que la droite (D) :  $x + 3y - 3 = 0$  coupe le cercle (C) en deux points E et F.

1,5

b- Déterminer les coordonnées des points E et F.