Inisse Groupe scolaire	**Evaluation N°3** **Premier semestre** **Mathématiques**	**Niveau : 1 bac sx International** **Durée : 2h** **Date : 23/12/2017**

Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(O;\vec{i};\vec{j})$

Exercice1 : (6points) Soit $(u_n)_{n\in IN}$ la suite numérique définie par : $u_0=5$ et $\forall n\in IN : u_{n+1}=\dfrac{4u_n}{u_n+2}$

0,5 — **1) a-** Vérifier que : $(\forall n\in IN)\quad u_{n+1}=4-\dfrac{8}{u_n+2}$

1,25 — **b-** Démontrer par récurrence que : $(\forall n\in IN)\ ,\ u_n>2$

0,75 — **2) a-** Montrer que : $(\forall n\in IN)\ ,\ u_{n+1}-u_n=\dfrac{u_n(2-u_n)}{u_n+2}$

1 — **b-** Étudier la monotonie de la suite $(u_n)_{n\in IN}$.

0,5 — **c-** Déduire que : $\forall n\in IN\ ,\ 2<u_n\leq 5$

1 — **3) a-** Montrer que : $(\forall n\in IN)\ \dfrac{2}{u_n+2}\leq\dfrac{1}{2}$; et prouver que $(\forall n\in IN)\ u_{n+1}-2\leq\dfrac{1}{2}(u_n-2)$

1 — **b-** Déduire que : $(\forall n\in IN)\ ,\ 0<u_n-2\leq 3\times(\dfrac{1}{2})^n$

Exercice2 : (7points)

On considère dans le plan les points $A(3;2)$, $B(5;4)$ et $C(1;4)$.

1,5 — **1) a-** Calculer BA, BC et $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}$.

1,75 — **b-** Calculer $\cos(\overrightarrow{BA};\overrightarrow{BC})$ et $\sin(\overrightarrow{BA};\overrightarrow{BC})$.

0,75 — **c-** Déduire la mesure principale de l'angle orienté $(\widehat{\overrightarrow{BA};\overrightarrow{BC}})$.

1 — **2)** Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ et déduire que ABC est un triangle rectangle et isocèle .

3) Soit (D) une droite dans le plan , dont une équation cartésienne est $x+2y-1=0$.

1 — **a-** Déterminer une équation de la droite (Δ), qui passe par le point A et qui est perpendiculaire à (D)

1 — **b-** Déterminer les coordonnées du point H , la projection orthogonale du point A sur la droite (D) .

Exercice 3 : (7points)

On considère dans le plan ,le cercle (C) de centre $\Omega(2;1)$, et tangent à la droite $(D): x-2y+10=0$.

0,75 — **1)a-** Montrer que le rayon du cercle (C) est $R=2\sqrt{5}$.

0,75 — **b-** Montrer que $x^2+y^2-4x-2y-15=0$, est une équation cartésienne du cercle (C) .

1,25 — **2)** Vérifier que le point $A(4;-3)$ appartient au cercle (C) , et donner une équation cartésienne de la tangente (T) à (C) en A .

3) On considère dans le plan la droite (Δ), dont une équation cartésienne est $x+y-1=0$.

0,5 — **a-** Montrer que (Δ) coupe le cercle (C) en deux points E et F .

1 — **b-** Déterminer les coordonnées des points E et F .

1 — **4)** Résoudre graphiquement le système $\begin{cases}x^2+y^2-4x-2y-15<0\\ x+y-1\geq 0\end{cases}$

0,5 — **5) a-** Vérifier que le point $B(-1;5)$ se trouve à l'extérieur du cercle (C) .

1,25 — **b-** Déterminer les équations des deux tangentes (Δ_1) et (Δ_2) à (C) qui passent par le point B .