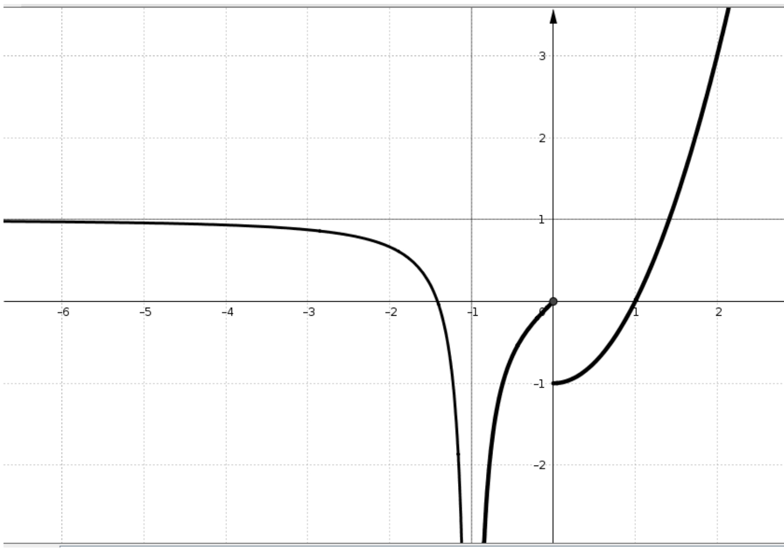
lycée qualifiant Okba ibn Nafiâ | 2018–2019
classe : 1.Bac.Ex-BIOF | *Dr: M.Afkir Y.Errazka*

Devoir Surveillé 1

Veillez à faire une rédaction soignée de vos réponses. Celle-ci sera prise en compte.

Exercice 1 Soit f la fonction définie par sa courbe représentative suivante

1) Déterminer D_f le domaine de définition de la fonction f.
2) Calculer $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim_{x\to-\infty} f(x)$
3) Calculer $\lim_{x\to 0^+} f(x)$ et $\lim_{x\to 0^-} f(x)$
4) La fonction f admet-elle une limite au point $a=0$?
5) Calculer $\lim_{x\to -1^+} f(x)$ et $\lim_{x\to -1^-} f(x)$
6) Dresser le tableau de variation de la fonction f sur D_f.



Exercice 2 Calculer les limites suivantes :

$\lim_{x\to-2}(-\frac{1}{2}x^2-3x+1)$; ; $\lim_{x\to-\infty}(-x^3+2x^2-3x-1)$; ; $\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{3}x^3-x+7}{x-x^3}$; ; $\lim_{x\to2}\frac{2x^3-x-1}{x^3-x^2-x+1}$; ;
$\lim_{x\to2}\frac{-x^2+x}{x^2-5x+6}$; ; $\lim_{x\to+\infty}\sqrt{x^2+1}-x$; ; $\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x}+2}{-x+1}$; ; $\lim_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{\sqrt{2}\cos(x)-1}{x-\frac{\pi}{4}}$; ; $\lim_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{1-\tan(x)}{2\cos(x)-\sqrt{2}}$

Exercice 3 Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0;2[$ par :

$$\begin{cases} f(x)=(x^2-1)\sin(\frac{1}{x-1}) \text{ si } x\neq 1 \\ f(1)=0 \end{cases}$$

1) Montrer que pour tout $x\in]0;2[$; $|f(x)-f(1)|\leq 3|x-1|$.
2) En déduire $\lim_{x\to1} f(x)$

Exercice 4 On pose pour tout $x\in\mathbb{R}$, $F(x)=\cos(6x)-5\cos(2x)$

1) Monter que ; $\cos(6x)-\cos(2x)=-4\sin^2(2x)\cos(2x)$

2) En déduire que : $F(x) = -4\cos(2x)(1+\sin^2(2x))$

3) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $F(x) = 0$.

Exercice 5 On considère la suite numérique $(U_n)_n$ définie par :

$$(\forall n \in \mathbb{N}) \ ; \ U_{n+1} = \frac{5U_n - 1}{3 + U_n} \ , \ U_0 = 2$$

Et posons $(\forall n \in \mathbb{N}) \ ; \ V_n = \frac{1}{U_n - 1}$.

1) Montrer par récurrence que $(\forall n \in \mathbb{N}) \ ; \ U_n > 1$

2) Prouver que (V_n) est suite arithmétique en déterminant sa raison.

3) Déterminer V_n puis U_n en fonction de n.

Bonne chance