

Exercice 1.

On considère la suite numérique (u_n) définie par :

$$\begin{cases} u_0 = \frac{2}{3} \\ u_{n+1} = \frac{3u_n+2}{2u_n+3} \quad (\forall n \in \mathbb{N}) \end{cases}$$

1. (a) Montrer par récurrence que la suite (u_n) est minorée par 0 et majorée par 1.
- (b) Étudier la monotonie de la suite (u_n) .
2. On considère la suite numérique (v_n) définie par

$$v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 1}, \quad (\forall n \in \mathbb{N})$$

- (a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{5}$
- (b) Écrire v_n en fonction de n , puis u_n en fonction de n .

Exercice 2.

On considère la suite arithmétique $(w_n)_{n \geq 2}$ telle que

$$w_2 + w_4 = -2 \quad \text{et} \quad w_5 + w_7 + w_{10} + w_{12} = -20$$

1. Calculer w_3 et $w_6 + w_{11}$
2. Calculer r la raison de la suite $(w_n)_{n \geq 2}$ et son premier terme w_2 .

Exercice 3.

Soit $ABCD$ un carré.

1. Construire I le barycentre de $(A, 1)$ et $(C, 3)$ et J le barycentre de $(B, 2)$ et $(D, 6)$
2. Soit G le barycentre de $(A, 1)$, $(B, 2)$, $(C, 3)$ et $(D, 6)$
 - (a) Montrer que G est le barycentre de $(I, 1)$ et $(J, 2)$
 - (b) Construire G .
3. Soient O le centre du carré $ABCD$ et M un point du plan.
Écrire \overrightarrow{MO} en fonction des deux vecteurs \overrightarrow{MA} et \overrightarrow{MC} .
4. Soit (F) l'ensemble des points M du plan tel que

$$\left\| \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} + 6\overrightarrow{MD} \right\| = 6 \left\| \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} \right\|$$

- (a) Déterminer l'ensemble (F) .
- (b) Construire l'ensemble (F) .
5. Le plan est muni du repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$, déterminer les coordonnées des points C, O et G .