

Exercice 1  $g(0) = 1$  et  $g(x) = \frac{1 - e^{-x}}{x}$  si  $x > 0$

- I)
- 1 - Mq  $\forall x \in \mathbb{R}$   $e^x \geq x + 1$
  - 2 - Déterminer le tableau de variation de  $g$
  - 3 - On pose  $h(x) = 1 - x + \frac{x^2}{2} - e^{-x}$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}^+$ 
    - a - Mq  $\forall x \in \mathbb{R}^+$ ,  $0 \leq h''(x) \leq x$
    - b - En déduire que  $0 \leq h(x) \leq \frac{x^3}{6}$
    - c - " " la dérivabilité de  $g$  en 0 à droite

II) on considère la fonction:  $f(x) = \frac{e^{-x} - e^{-2x}}{x}$  si  $x > 0$  et  $f(0) = 1$

- 1 - Mq  $f$  est continue en 0 à droite.
- 2 - a) Vérifier que  $\forall x \in \mathbb{R}^+$ ,  $f(x) = 2g(2x) - g(x)$ .  
b) Étudier la dérivabilité de  $f$  en 0 à droite.
- 3 - a) Mq  $\forall x > 0$ ,  $f'(x) = \frac{e^{-2x}}{x^2} (2x + 1 - (x + 1)e^x)$   
b) Déterminer le Tableau de variation de  $f$
- 4 - Construire  $C_f$ .

Exercice 2  $f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$ ,  $\begin{cases} F(x) = \frac{1}{x} \int_x^{2x^2} f(t) dt, x > 0 \\ F(0) = 0 \end{cases}$

- 1 - a - Mq  $f$  et  $F$  sont impaires.  
b - Donner le T.V de  $f$ .  
c - Déterminer l'équation de la tangente de  $C_f$  en 0 et représenter  $C_f$

d) - Vérifier que  $\forall x \in \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{e^x}{e^x + 1} - \frac{e^{-x}}{1 + e^{-x}}$   
et calculer l'aire de la partie du plan limitée par  $C_f$ , l'axe des abscisses et les droites  $x = 0$  et  $x = \ln 2$   
(on prend  $\|i\| = \|j\| = 2\text{cm}$ )

2 - a - Mq  $x f(x^2) \leq F(x) \leq x f(2x^2)$ ,  $\forall x > 0$

- b - En déduire que  $F$  est continue et dérivable en 0 à droite
- c - Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (F(x) - x)$  et interpréter géométriquement le dernier résultat.