Groupe scolaire Inisse	Examen n° 1 De mathématiques	2eme pc fr Durée : 2H

Exercice 1 (Toutes les questions de cette exercice sont indépendantes) $(9,5 pts)$

$4,5 pts$ $A)$ Calculer les limites suivantes : $\lim\limits_{x\mapsto-\infty} 2x-x^3$, $\lim\limits_{x\mapsto-\infty}\sqrt{1+x^2}-x$, $\lim\limits_{x\mapsto+\infty}\dfrac{1-4x^2}{2x+1}$,

$\lim\limits_{x\mapsto+\infty} 2x^2+1-\sqrt{1+x^2}$, $\lim\limits_{x\mapsto 0}\dfrac{\tan x-\sin x}{x^3}$, $\lim\limits_{x\mapsto 1}\dfrac{\sqrt[3]{x}-1}{x-1}$

$1 pts$ $B)$ Classer par ordre croissant les nombres suivants : $2^{\frac{1}{4}}$, $\sqrt[6]{81}$, $\sqrt{5}$

$1 pts$ C) Montrer que : $\dfrac{\sqrt[3]{2}\times\sqrt[6]{32}}{\sqrt[3]{\sqrt{8}}}=\sqrt[3]{4}$

$3 pts$ $D)$ Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes :

$(1-x)^3=-8$, $\sqrt[3]{x+2}\prec 2$, $x^6+2x^3-3=0$

Exercice 2 $(2 pts)$

Soit h la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par : $\begin{cases} h(x)=\dfrac{x^3+x-2}{x-1}, x\neq 1 \\ h(1)=4 \end{cases}$

$1 pts$ 1) Montrer que la fonction h est continue sur les intervalles : $]-\infty,1[$ et $]1,+\infty[$

$1 pts$ 2) Est-ce que h est continue sur $\mathbb{R}$

Exercice 3 $(3,25 pts)$

$1 pts$ 1) Montrer que l'équation $x^3+x-1=0$ admet une solution unique α dans $\mathbb{R}$ et que $0\prec\alpha\prec 1$

1 pts 2) a) En utilisant la méthode de dichotomie donner un encadrement de α d'amplitude $0{,}25$

0,5 pts b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $x^3+x-1\succ 0$

0,75 pts 3) Donner le tableau de variation de la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g\ :\ x\mapsto \frac{1}{4}x^4+\frac{1}{2}x^2-x+1$$

Exercice 4 $(5{,}25)$

Soit f la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}_*^+$ par : $f(x)=\dfrac{1-x^2}{x}$

0,75 pts 1) a) Montrer que la fonction f est continue sur l'intervalle $\mathbb{R}_*^+$

1 pts b) Montrer que f est strictement décroissante sur l'intervalle $\mathbb{R}_*^+$

1 pts c) Déduire que la fonction f admet une fonction réciproque f^{-1} en déterminant son domaine De définition

1 pts 2) a) Calculer : $f^{-1}(0)$ et $f^{-1}\left(\dfrac{-3}{2}\right)$

0,5 pts b) Comparer les deux nombres : $f^{-1}\left(\sqrt{2}\right)$ et $f^{-1}\left(\sqrt[3]{2}\right)$

1 pts 3) Déterminer $f^{-1}(x)$ pour tout x appartenant au domaine de définition de f^{-1}