Lycée ANISSE	D.S N°1	1/2	2.B.A.C.S.P

11 **Exercice N° 1** — Questions indépendantes

(A) Calculer les limites suivantes

6

$\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{2x^2+x-3}{x+1}$	$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\tan(2x)}{x^2+x}$	$\lim\limits_{x\to +\infty} x-\sqrt{1+x}$	$\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{2x^3+x+1}{x^4+5}$	$\lim\limits_{x\to -\infty} 3x^3+x+1$

$\lim\limits_{x\to +\infty} \sqrt{x^2+x}-x$	$\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{3}} \dfrac{2\cos x-1}{x-\frac{\pi}{3}}$ $\left(X=x-\frac{\pi}{3}\right)$	$\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sqrt[3]{x}-1}{x-1}$

1 **(B)** a- Classer suivant l'ordre croissant les nombres suivants : $\sqrt[3]{2}$; $\sqrt[4]{\sqrt{7}}$; $\sqrt[8]{5}$

1 b- Simplifier le nombre A suivant :

$$A=\frac{\sqrt[15]{3^5}\times\sqrt[3]{9}\times\left(\sqrt[5]{9}\right)^{-3}}{\sqrt[5]{3}}$$

(C) Soit f la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$\begin{cases} f(x)=x^2-2\sqrt{1-x} & ; x<1 \\ f(x)=\dfrac{x}{2x-1} & ; x>1 \\ f(1)=1 \end{cases}$$

2 a- Etudier la continuité de f sur l'intervalle $]1,+\infty[$ et sur l'intervalle $]-\infty,1[$

1 b- f est-elle continue sur $\mathbb{R}$?

Lycée ANISSE	D.S. N° 1	$\frac{2}{2}$	2 B.A.C.S.P

5,5 **Exercice N° 2** Soit h la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par : $h(x) = x^5 - 5x + 1$

1 1° - Montrer que : $(\forall x \in \mathbb{R})$: $h'(x) = 5(x^2+1)(x^2-1)$

1 2° - a - Etudier le signe de $(x-1)(x+1)$, puis dresser le tableau de variations de la fonction h.

1,5 b - Déterminer les images par la fonction h, des intervalles suivants.

$I = [-1, 1]$, $J = [1, +\infty[$; $K = \mathbb{R}$

1 3° - a - Montrer que l'équation $h(x) = 0$ a une et une seule solution α dans l'intervalle $[0, 1]$.

1 b - Donner un encadrement de α d'amplitude 0,25

3,5 **Exercice N° 3** Soit f la fonction numérique définie sur $I = [0, +\infty[$ par : $f(x) = x + 2\sqrt{x}$

0,5 1° - Montrer que f est continue sur I

0,75 2° - a - Montrer que f est strictement croissante sur I.

0,5 b - Déduire que f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur I

0,25 3° - a - vérifier que $f^{-1}(0) = 0$

0,75 b - Montrer que : $(\forall x \in I)$: $f^{-1}(x) = \left(\sqrt{1+x} - 1\right)^2$

0,75 c - Résoudre dans I l'équation : $f^{-1}(x) = f(x)$