

Exercice 1 (Toutes les questions de cet exercice sont indépendantes) (9,5 pts)

4,5 pts

A) Calculer les limites suivantes : $\lim_{x \rightarrow -\infty} 2x - x^3$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{1+x^2} - x$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1-4x^2}{2x+1}$,

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} 2x^2 + 1 - \sqrt{1+x^2} \text{ , } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3} \text{ , } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{x - 1}$$

1 pts

B) Classer par ordre croissant les nombres suivants : $2^{\frac{1}{4}}$, $\sqrt[6]{81}$, $\sqrt{5}$

1 pts

C) Montrer que : $\frac{\sqrt[3]{2} \times \sqrt[6]{32}}{\sqrt[3]{\sqrt{8}}} = \sqrt[3]{4}$

3 pts

D) Résoudre dans l'ensemble \mathbb{R} les équations et inéquations suivantes :

$$(1-x)^3 = -8 \text{ , } \sqrt[3]{x+2} < 2 \text{ , } x^6 + 2x^3 - 3 = 0$$

Exercice 2 (2 pts)

Soit h la fonction numérique définie sur \mathbb{R} par :
$$\begin{cases} h(x) = \frac{x^3 + x - 2}{x - 1} , x \neq 1 \\ h(1) = 4 \end{cases}$$

1 pts

1) Montrer que la fonction h est continue sur les intervalles : $]-\infty, 1[$ et $]1, +\infty[$

1 pts

2) Est-ce que h est continue sur \mathbb{R}

Exercice 3 (3,25 pts)

1 pts

1) Montrer que l'équation $x^3 + x - 1 = 0$ admet une solution unique α dans \mathbb{R} et que $0 < \alpha < 1$

1 pts 2) a) En utilisant la méthode de dichotomie donner un encadrement de α d'amplitude 0,25

0,5 pts b) Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation : $x^3 + x - 1 > 0$

0,75 pts 3) Donner le tableau de variation de la fonction g définie sur \mathbb{R} par :

$$g : x \mapsto \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 - x + 1$$

Exercice 4 (5,25)

Soit f la fonction numérique définie sur \mathbb{R}^+ par : $f(x) = \frac{1-x^2}{x}$

0,75 pts 1) a) Montrer que la fonction f est continue sur l'intervalle \mathbb{R}^+

1 pts b) Montrer que f est strictement décroissante sur l'intervalle \mathbb{R}^+

1 pts c) Dédire que la fonction f admet une fonction réciproque f^{-1} en déterminant son domaine

De définition

1 pts 2) a) Calculer : $f^{-1}(0)$ et $f^{-1}\left(\frac{-3}{2}\right)$

0,5 pts b) Comparer les deux nombres : $f^{-1}(\sqrt{2})$ et $f^{-1}(\sqrt[3]{2})$

1 pts 3) Déterminer $f^{-1}(x)$ pour tout x appartenant au domaine de définition de f^{-1}