

11

Exercice N°1

Questions indépendantes

(A) Calculer les limites suivantes

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 + x - 3}{x + 1}$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(2x)}{x^2 + x}$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} x - \sqrt{1+x}$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3 + x + 1}{x^4 + 5}$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} 3x^3 + x + 1$

6

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 2} - x$

$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{2\cos x - 1}{x - \frac{\pi}{3}} \left(x = x - \frac{\pi}{3} \right)$

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{x - 1}$

4

(B) a - classer suivant l'ordre croissant les nombres suivants: $\sqrt[3]{2}$; $\sqrt[4]{\sqrt{7}}$; $\sqrt[8]{5}$

1

b Simplifier le nombre A suivant:

$$A = \frac{\sqrt[15]{3^5} \times \sqrt[3]{9} \times \sqrt[5]{9^3}}{\sqrt[5]{3}}$$

(C) Soit f la fonction numérique définie sur \mathbb{R} par :

$$\begin{cases} f(x) = x^2 - 2\sqrt{1-x} & ; x < 1 \\ f(x) = \frac{x}{2x-1} & ; x > 1 \\ f(1) = 1 \end{cases}$$

2

a - Etudier la continuité de f sur l'intervalle

$]1, +\infty[$ et sur l'intervalle $]-\infty, 1[$

1

b - f est-elle continue sur \mathbb{R} ?

5,5

Exercice N° 2

Soit h la fonction numériquedéfinie sur \mathbb{R} par: $h(x) = x^5 - 5x + 1$ 1 $\frac{1^\circ}{\Gamma}$ - montrez que: $(\forall x \in \mathbb{R}) : h'(x) = 5(x^2+1)(x^2-1)$ 1 $\frac{2^\circ}{\Gamma}$ - a - Etudiez le signe de $(x-1)(x+1)$, puis dressez le tableau de variations de la fonction h .1,5 $\frac{b}{\Gamma}$ - Déterminez les images par la fonction h , des intervalles suivants.

$$I = [-1, 1] \quad , \quad J = [1, +\infty[\quad ; \quad K = \mathbb{R}$$

1 $\frac{3^\circ}{\Gamma}$ - a - Montrez que l'équation $h(x) = 0$ a une et une seule solution α dans l'intervalle $[0, 1]$.1 $\frac{b}{\Gamma}$ - Donner un encadrement de α d'amplitude $0,25$

3,5

Exercice N° 3

Soit f la fonction numérique définiesur $I = [0, +\infty[$ par: $f(x) = x + 2\sqrt{x}$ 0,5 $\frac{1^\circ}{\Gamma}$ - Montrez que f est continue sur I 0,75 $\frac{2^\circ}{\Gamma}$ - a - Montrez que f est strictement croissante sur I .0,5 $\frac{b}{\Gamma}$ - Déduire que f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur I 0,25 $\frac{3^\circ}{\Gamma}$ - a - vérifiez que $f^{-1}(0) = 0$ 0,75 $\frac{b}{\Gamma}$ - Montrez que: $(\forall x \in I) : f^{-1}(x) = (\sqrt{1+x} - 1)^2$ 0,75 $\frac{c}{\Gamma}$ - Résolvez dans I l'équation: $f^{-1}(x) = f(x)$