| Groupe scolaire Inisse | Examen n° 3 | 2eme pc : fr<br>Durée : 2h<br>Coefficient : 7 |
|---|---|---|

**EXERCICE 1 :** $(5{,}5\,pts)$

3 1) Calculer les intégrales suivantes : $I=\int_0^1\left(x^2-x+1\right)dx$ , $J=\int_0^1\left(e^x+e^{2x}\right)dx$

$K=\int_0^{\pi}\cos(2x)dx$

1,5 2)a) Résoudre l'équation différentielle $(E)$ suivante : $(E)$ : $y''+y'-2y=0$

1 b) Déterminer la solution $f$ de l'équation $(E)$ qui vérifie $f(0)=0$ et $f'(0)=1$

**EXERCICE 2 :** $(6{,}5\,pts)$

Une urne contient 5 boules blanches et 3 boules rouges et 2 boules noires ( indiscernables au Toucher ) , on tire au hasard et simultanément 4 boules de l'urne

3 1) On considère les deux événements suivants : A " Obtenir une boule rouge exactement "

B " Obtenir au moins une boule blanche "

Montrer que : $p(A)=\frac{1}{2}$ et $p(B)=\frac{41}{42}$

2) On considère la variable aléatoire $X$ qui relie chaque tirage par le nombre de boules rouges tirées

0,5 a) Vérifier que l'ensemble des valeurs de $X$ est : $X(\Omega)=\{0,1,2,3\}$

2 b) Déterminer la loi de probabilité de $X$

1 c) Calculer l'espérance mathématique et l'écart type de $X$

**EXERCICE 3 :** $(3{,}5\,pts)$

On considère dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ les points :

$A(1,2,-2)$ et $B(0,3,-3)$ et $C(1,1,-2)$ et le plan $(P)$ d'équation : $x+y-3=0$

1 1)a) Calculer la distance du point $\Omega(0,1,-1)$ au plan $(P)$

0,5 b) Déduire que l'équation cartésienne de la sphère $(S)$ de centre $\Omega$ et tangente au plan $(P)$ est :

$(S)$ : $x^2+y^2+z^2-2y+2z=0$

| | |
|---|---|
| 0,5 | 2) a) Déterminer $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$ |
| 0 ,5 | b) Montrer que : $x-z-3=0$ est une équation cartésienne du plan $(ABC)$ |
| 0,5 | 3)a) Vérifier que la sphère $(S)$ est tangente au plan $(ABC)$ |
| 0,5 | b) Calculer $\Omega C$ et déduire le point de contact de la sphère $(S)$ et le plan $(ABC)$ |

**EXERCICE 4 :** $(4,5\,pts)$

On considère la fonction numérique $f$ définie sur l'intervalle $]0,+\infty[$ par :

$$f(x)=\ln(x)-\frac{\ln(x)}{x}$$

Et soit $(C)$ la courbe représentative de $f$ dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ ( unité 1cm )

| | |
|---|---|
| 0,5 | 1)a) Montrer que $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=+\infty$ et interpréter géométriquement le résultat |
| 0,75 | b) Montrer que $\lim\limits_{+\infty} f(x)=+\infty$ et $\lim\limits_{x\mapsto+\infty}\frac{f(x)}{x}=0$ et interpréter géométriquement le résultat |
| 0,5 | 2) a) Montrer que $(\forall x\in]0,+\infty[)\quad f'(x)=\frac{x-1+\ln(x)}{x^2}$ |
| 0,5 | b) Déduire que la fonction $f$ est croissante sur l'intervalle $[1,+\infty[$ et décroissante sur l'intervalle $]0,1]$ |
| 0,5 | c) Donner le tableau de variation de $f$ |
| 0,5 | 3) Tracer la courbe $(C)$ dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$ |
| 0,5 | 4)a) Montrer que $\int_1^e \frac{\ln(x)}{x}dx=\frac{1}{2}$ |
| 0,5 | b) On utilisant une intégration par partie montrer que $\int_1^e \ln(x)dx=1$ |
| 0,25 | c) Déduire l'aire du domaine délimité par la courbe $(C)$ et l'axe des abscisses et les droites $x=1$ et $x=e$ |