Devoir Surveillé n°5

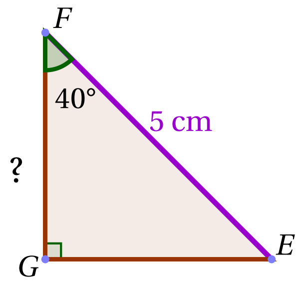
Troisième

Trigonométrie
Durée 1 heure - Coeff. 4
Noté sur 20 points

L'usage de la calculatrice est autorisé. La maitrise de la langue et la présentation rapporteront 1 point

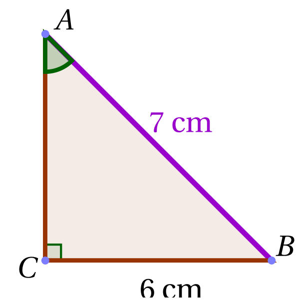
Exercice 1. Application directe du cours — 2 points

Soit EFG un triangle rectangle en G tel que $EF = 5$ cm et $\widehat{EFG} = 40°$. Calculer une valeur approchée au dixième de FG.



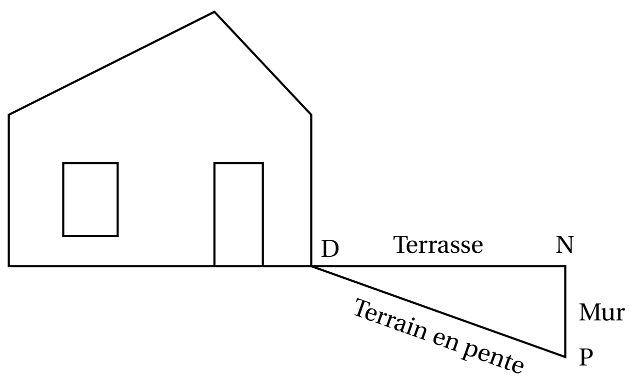
Exercice 2. Application directe du cours — 2 points

Soit ABC un triangle rectangle en C tel que $AB = 7$ cm et $BC = 6$ cm. Calculer une valeur approchée au dixième de la mesure de l'angle $\widehat{CAB}$.



Exercice 3. D'après Brevet — 4 points

Sur le schéma ci-dessous, la terrasse est représentée par le segment [DN] elle est horizontale et mesure 4 mètres de longueur. Elle est construite au-dessus d'un terrain en pente qui est représenté par le segment [DP] de longueur 4,20 m. Pour cela, il a fallu construire un mur vertical représenté par le segment [NP].

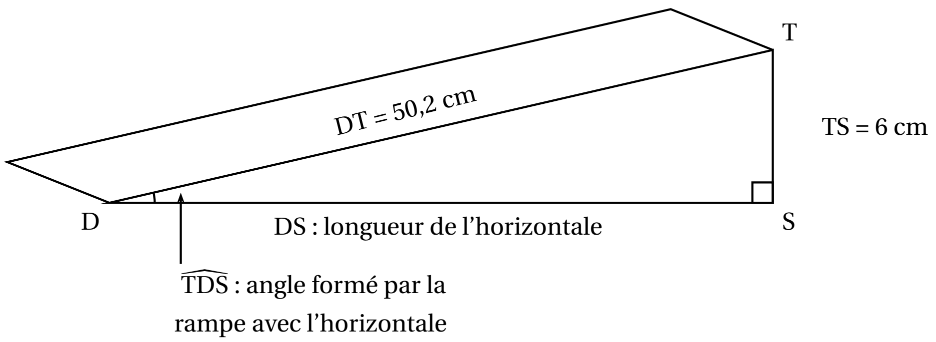


1. Quelle est la hauteur du mur ? Justifier. Donner l'arrondi au cm près.
2. Calculer l'angle $\widehat{\text{NDP}}$ compris entre la terrasse et le terrain en pente. (Donner l'arrondi au degré près)

Exercice 4. D'après Brevet — 5 points

Une boulangerie veut installer une rampe d'accès pour des personnes à mobilité réduite.
Le seuil de la porte est situé à 6 cm du sol.

- **Document 1 : Schéma représentant la rampe d'accès**



- **Document 2 : Extrait de la norme relative aux rampes d'accès pour des personnes à mobilité réduite**

La norme impose que la rampe d'accès forme un angle inférieur à 3° avec l'horizontale sauf dans certains cas. Cas particuliers :

L'angle formé par la rampe avec l'horizontale peut aller :

- jusqu'à 5° si la longueur de l'horizontale est inférieure à 2 m.
- jusqu'à 7° si la longueur de l'horizontale est inférieure à 0,5 m.

Cette rampe est-elle conforme à la norme ?

Exercice 5. D'après Brevet — 6 points

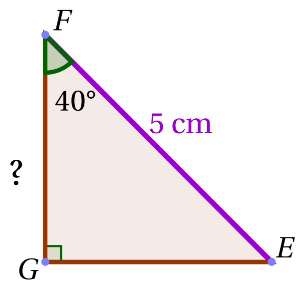
On considère un cercle de centre O et de diamètre [BC] tel que BC = 8 cm.
On place sur ce cercle un point A tel que BA = 4 cm.

1. Faire une figure en vraie grandeur.
2. Démontrer que le triangle ABC est rectangle en A.
3. Calculer la valeur exacte de la longueur AC. Donner la valeur arrondie de AC au millimètre près,
4. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$.
5. *[**Bonus**] On construit le point E symétrique du point B par rapport au point A. Quelle est la nature du triangle BEC ? Justifier.*

Devoir Surveillé n°5
Correction

Troisième
Trigonométrie
Durée 1 heure - Coeff. 4
Noté sur 20 points

Exercice 1. Application directe du cours 2 points



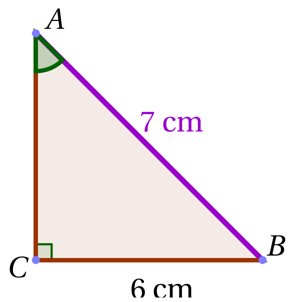
Soit EFG un triangle rectangle en G tel que $EF = 5$ cm et $\widehat{EFG} = 40°$. Calculer une valeur approchée au dixième de FG.
Le triangle EFG est rectangle en G donc :

$$\cos\widehat{EFG} = \frac{FG}{EF} \iff \cos 40° = \frac{FG}{5}$$

Donc

$$\boxed{FG = 5\cos 40° \approx 3,8 \text{ cm}}$$

Exercice 2. Application directe du cours 2 points



Soit ABC un triangle rectangle en C tel que $AB = 7$ cm et $BC = 6$ cm. Calculer une valeur approchée au dixième de la mesure de l'angle $\widehat{CAB}$.
Le triangle EFG est rectangle en G donc :

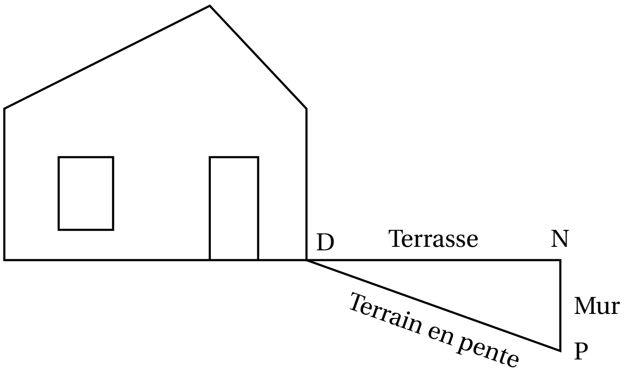
$$\sin\widehat{BAC} = \frac{BC}{AB} \iff \sin\widehat{BAC} = \frac{6}{7}$$

Donc

$$\boxed{\widehat{BAC} = \arcsin\left(\frac{6}{7}\right) \approx 59°}$$

Exercice 3. D'après Brevet 4 points

Sur le schéma ci-dessous, la terrasse est représentée par le segment [DN] elle est horizontale et mesure 4 mètres de longueur. Elle est construite au-dessus d'un terrain en pente qui est représenté par le segment [DP] de longueur 4,20 m. Pour cela, il a fallu construire un mur vertical représenté par le segment [NP].



1. **Quelle est la hauteur du mur ? Justifier. Donner l'arrondi au cm près.**
   D'après l'énoncé, le mur est vertical donc la droite (NP) est perpendiculaire à la droite (DN).
   Dans le triangle NPD rectangle en N, d'apr le théorsme de Pythagore on a :

$$\begin{aligned}PD^2 &= NP^2 + ND^2\\ 4{,}2^2 &= NP^2 + 4^2\\ NP^2 &= 4{,}2^2 - 4^2\\ NP^2 &= 17{,}64 - 16\\ NP^2 &= 1{,}64\end{aligned}$$

   Or NP est positif puisque c'est une longueur, l'unique solution possible est donc :

$$\begin{aligned}NP &= \sqrt{1{,}64}\\ NP &\approx \underline{1{,}281 \text{ m}}\end{aligned}$$

   La hauteur du mur est donc, arrondie au cm près, de 1,68 mètre.

   Remarque : pour l'arrondi, on rappelle que 1 cm = 0,01 m et donc arrondir une longueur exprimée en mètres à 1 cm près, c'est arrondir au centième de mètre.

2. **Calculer l'angle $\widehat{NDP}$ compris entre la terrasse et le terrain en pente. (Donner l'arrondi au degré près)**
   Le triangle NPD est rectangle en N donc :

$$\cos\widehat{NDP} = \frac{DN}{DP} \Longleftrightarrow \cos\widehat{NDP} = \frac{4}{4{,}2}$$

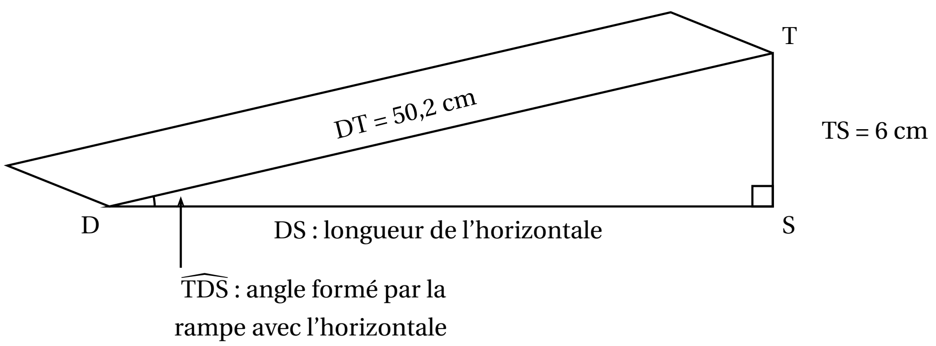
   Donc

$$\boxed{\widehat{NDP} = \arccos\left(\frac{4}{4{,}2}\right) \approx 18°}$$

Exercice 4. D'après Brevet 5 points

Une boulangerie veut installer une rampe d'accès pour des personnes à mobilité réduite.
Le seuil de la porte est situé à 6 cm du sol.

- **Document 1 : Schéma représentant la rampe d'accès**



- **Document 2 : Extrait de la norme relative aux rampes d'accès pour des personnes à mobilité réduite**

La norme impose que la rampe d'accès forme un angle inférieur à 3° avec l'horizontale sauf dans certains cas. Cas particuliers :
L'angle formé par la rampe avec l'horizontale peut aller :
– jusqu'à 5° si la longueur de l'horizontale est inférieure à 2 m.
– jusqu'à 7° si la longueur de l'horizontale est inférieure à 0,5 m.

Cette rampe est-elle conforme à la norme ?

- **Calcul de la longueur horizontale DS**
Dans le triangle SDT rectangle en S, d'apr le théorsme de Pythagore on a :

$$\begin{aligned} DT^2 &= SD^2 + ST^2 \\ 50{,}2^2 &= SD^2 + 6^2 \\ SD^2 &= 50{,}2^2 - 6^2 \\ SD^2 &= 2520{,}04 - 36 \\ SD^2 &= 2484{,}04 \end{aligned}$$

Or SD est positif puisque c'est une longueur, l'unique solution possible est donc :

$$\begin{aligned} SD &= \sqrt{2484{,}04} \\ SD &= \underline{49{,}84 \text{ cm}} \end{aligned}$$

La longueur de l'horizontale est inférieure à 0,5 m (soit 50 cm).

- **Calcul de l'angle**
Le triangle DST est rectangle en S donc :

$$\sin \widehat{TDS} = \frac{TS}{DT} \Longleftrightarrow \sin \widehat{TDS} = \frac{6}{50{,}2}$$

Donc

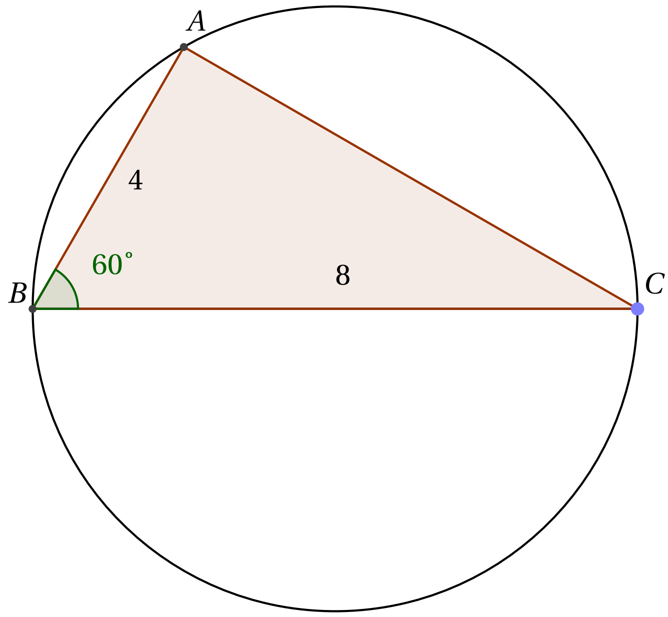
$$\boxed{\widehat{BAC} = \arcsin\left(\frac{6}{50{,}2}\right) \approx 6{,}9°}$$

- <u>Conclusion</u>
L'angle formé par la rampe avec l'horizontale est inférieur à 7° avec une longueur de l'horizontale est inférieure à 0,5 m. Elle est donc conforme.

Exercice 5. D'après Brevet 6 points

On considère un cercle de centre O et de diamètre [BC] tel que BC = 8 cm. On place sur ce cercle un point A tel que BA = 4 cm.

1. Faire une figure en vraie grandeur.



2. Démontrer que le triangle ABC est rectangle en A.
Le point A appartient au cercle de diamètre [BC], en étant distinct des points B et C donc le triangle ABC est rectangle en A.

3. Calculer la valeur exacte de la longueur AC. Donner la valeur arrondie de AC au millimètre près.
Dans le triangle ACB rectangle en A, d'apr le théorsme de Pythagore on a :

$$\begin{aligned}CB^2 &= AC^2 + AB^2\\ 8^2 &= AC^2 + 4^2\\ AC^2 &= 8^2 - 4^2\\ AC^2 &= 64 - 16\\ AC^2 &= 48\end{aligned}$$

Or AC est positif puisque c'est une longueur, l'unique solution possible est donc :

$$\begin{aligned}AC &= \sqrt{48}\\ AC &\approx \underline{6{,}9 \text{ cm}}\end{aligned}$$

Remarque : 1 mm = 0,1 cm donc arrondir au mm près une longueur exprimée en centimètres c'est arrondir au dixième de cm.

4. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$.
Le triangle ABC est rectangle en A donc :

$$\cos\widehat{ABC} = \frac{AB}{BC} \Longleftrightarrow \cos\widehat{ABC} = \frac{4}{8}$$

Donc

$$\boxed{\widehat{ABC} = \arccos\left(\frac{4}{8}\right) = 60°}$$

5. *[**Bonus**] On construit le point E symétrique du point B par rapport au point A. Quelle est la nature du triangle BEC ? Justifier.*

Moutamadris.ma