

Durée du devoir : 90 mn	Devoir surveillé	TCSF prof: atmani najib
----------------------------	------------------	----------------------------

Indications : Toutes les réponses doivent être justifiées.  
L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé.

**Exercice 1 :** (7 points)

On pose :  $a = 2^2 \times 3 \times 7 + 2^5 \times 3$  et  $b = 120$

1. Sans calcul, déterminer la parité de  $a$ .
2. Ecrire sous forme d'un produit de facteurs premiers les deux entiers  $a$  et  $b$ .
3. Calculer PGCD( $a$ ;  $b$ ) et PPCM( $a$ ;  $b$ ).
4. Déduire la forme irréductible de  $\frac{b}{a}$
5. Déterminer le plus petit dénominateur commun puis calculer la somme :  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ .

**Exercice 2 :** (5 points)

1. Soit  $a$  et  $b$  deux entiers naturels,  
Montrer que si 2 divise  $a$  et 3 divise  $b$  alors 6 divise  $ab$ .
2. On pose  $c = 3^{n+3} + 3^{n+1}$  avec  $n \in \mathbb{N}$ 
  - a) Ecrire sous forme d'un produit de facteurs premiers l'entier  $c$
  - b) Montrer que  $c$  est divisible par 2 pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$ .
3. a) Déterminer les diviseurs de 15.  
b) Déterminer tous les couples  $(x; y)$  d'entiers naturels tel que  $(x - 1)(2y - 1) = 15$ .
4. L'entier 143 est-il premier ?

**Exercice 3 :** (8 points)

$ABC$  est un triangle,  $I$  milieu du segment  $[BC]$ ,  $J$  et  $K$  deux points tel que ,  $\overrightarrow{AJ} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AK} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$

1. Construire une figure convenable.
2. a) Montrer que  $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$   
b) Ecrire  $\overrightarrow{JK}$  en fonction de  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AC}$ .  
c) Déduire que les points  $I$ ,  $J$  et  $K$  sont alignés.
3. On considère le point  $H$  tel que  $\overrightarrow{AH} = 3\overrightarrow{AI}$ 
  - a) Placer le point  $H$  sur la figure.
  - b) Montrer que  $\overrightarrow{KH} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$
  - c) Déduire que les deux droites  $(KH)$  et  $(AJ)$  sont parallèles.