| Durée du devoir : 60 mn | Devoir surveillé | TCS<br>prof: atmani najib |
|---|---|---|
| Indications : Toutes les réponses doivent être justifiées.<br>L'usage de la calculatrice est autorisé. | | |

**Exercice 1 :** (x points)

Soit $ABC$ un triangle, $D$, $I$ et $J$ trois points telque : $\overrightarrow{IB}=\overrightarrow{CI}$ , $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{AJ}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

et soit $E$ le projeté de $J$ sur $(BC)$ parallèlement à $(AB)$.

1. Construire une figure convenable.
2. Montrer que $\overrightarrow{BE}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$.

   Déduire que $\overrightarrow{IE}=\frac{1}{6}\overrightarrow{BC}$.
3. La droite $(BD)$ coupe les deux droites $(EJ)$ et $(AC)$ respectivement en $F$ et $K$.

   soit p la projection sur $(BD)$ parallèlement à $(AB)$

   a) Montrer que $p(I)=K$ et que $p(C)=D$

   b) montrer que $\overrightarrow{KF}=\frac{1}{6}\overrightarrow{BD}$

**Exercice 2 :** (x points)

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $2x^2-9x+7=0$
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les deux inéquations : $2x^2-9x+7>0$

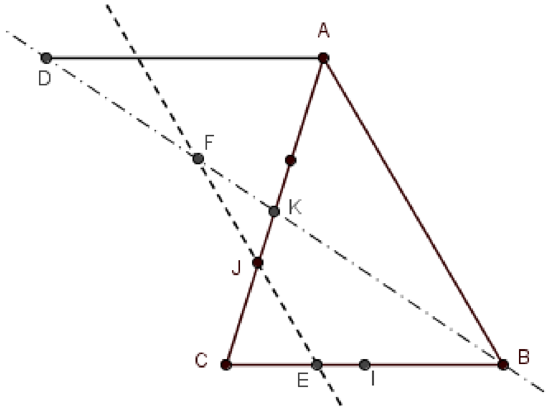
   $2x^3-9x^2+7x\leq 0$
3. Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système : $\begin{cases}2x-3y=-5\\ -x+2y=4\end{cases}$

   Déduire les solutions du système : $\begin{cases}\dfrac{2}{x-1}-3|y+1|=-5\\ \dfrac{-1}{x-2}+2|y+1|=4\end{cases}$

| Durée du devoir :<br>60 mn | Devoir surveillé<br>(Correction) | TCS |
|---|---|---|

Indications : Toutes les réponses doivent être justifiées.
L'usage de la calculatrice est autorisé.

**Exercice 1 :** (Correction)




1. La figure.
2. Soit $p'$ la projection sur $(BC)$ parallèlement à $(AB)$

   On a $p'(A)=B$ , $p'(J)=E$ et $p'(C)=C$

   et d'après les hypothèses on a $\overrightarrow{AJ}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ et puisque

   la projection conserve le coefficient de colinéarité

   donc : $\overrightarrow{BE}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$

   **Déduction**

   On a $\overrightarrow{BE}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$ donc $\overrightarrow{BI}+\overrightarrow{IE}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$ c-à-dire : $\overrightarrow{IE}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}-\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ donc : $\overrightarrow{IE}=\frac{1}{6}\overrightarrow{BC}$.

3. Soit p la projection sur $(BD)$ parallèlement à $(AB)$

   a) On a $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$ donc $ABCD$ est un parallélogramme d'où $(AB)\,||\,(DC)$

   donc $p(C)=D$

   On a $ABCD$ est un parallélogramme d'où $K$ est milieu de $[BD]$

   on a $p(B)=B$ , $p(C)=D$ et la projection conserve le milieu et $I$ milieu de $[BC]$ donc $p(I)=K$

   b) On a $\overrightarrow{BE}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$ , $p(B)=B$ , $p(I)=K$ , $p(C)=D$ , $p(E)=F$ (car $(EF)\,||\,(AB)$ ) et la

   projection conserve le coefficient de colinéarité donc : $\overrightarrow{KF}=\frac{1}{6}\overrightarrow{BD}$ .

**Exercice 2 :** (Correction)

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $2x^2-9x+7=0$

   On a $\Delta=b^2-4ac=81-4\times2\times7=25$ donc l'équation a deux solutions :

   $$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{9-5}{2\times2}=\frac{4}{4}=1 \quad \text{et} \quad x_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{9+5}{2\times2}=\frac{14}{4}=\frac{7}{2} \quad \text{donc } S=\left\{1;\frac{7}{2}\right\}$$

2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les deux inéquations : $2x^2-9x+7>0$ et $2x^3-9x^2+7x\le0$

   le tableau de signe :

   | $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $\frac{7}{2}$ | | $+\infty$ |
   |---|---|---|---|---|---|---|---|
   | $2x2-9x+7$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

   donc l'ensemble de solution

   de l'inéquation $2x^2-9x+7>0$

   est $S=]-\infty;1[\cup\left]\frac{7}{2};+\infty\right[$

   On a $2x^3-9x^2+7x\le0$ équivaut à $x\left(2x^2-9x+7\right)\le0$

le tableau de signe est :
donc l'ensemble de solution de l'inéquation :
$x\left(2x^2-9x+7\right)\leq 0$
est :
$S=\left]-\infty;0\right]\cup\left[1;\frac{7}{2}\right]$

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $1$ | | $\frac{7}{2}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $2x2-9x+7$ | | $+$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $x$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | | $+$ | |
| $x(2x2-9x+7)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

3. Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système : $\begin{cases}2x-3y=-5\\-x+2y=4\end{cases}$

Le déterminant du système est : $\Delta=\begin{vmatrix}2 & -3\\-1 & 2\end{vmatrix}=2\times 2-(-1)(-3)=1$

donc le système a une seule solution :

$\Delta_x=\begin{vmatrix}-5 & -3\\4 & 2\end{vmatrix}=(-5)\times 2-4\times(-3)=2$ et $\Delta_y=\begin{vmatrix}2 & -5\\-1 & 4\end{vmatrix}=2\times 4-(-5)\times(-1)=3$

donc $x=\frac{2}{1}=2$ et $y=\frac{3}{1}=3$ donc $S=\{(1;2)\}$

Déduire les solutions du système : $\begin{cases}\frac{2}{x-1}-3|y+1|=-5\\\frac{-1}{x-2}+2|y+1|=4\end{cases}$

On pose $X=\frac{1}{x-1}$ et $Y=|y+1|$ donc le système devient : $\begin{cases}2X-3Y=-5\\-X+2Y=4\end{cases}$

d'après la question précédente on a : $X=1$ et $Y=2$

donc $\frac{1}{x-1}=1$ et $|y-1|=2$ d'où $x=2$ et $(\ y-1=2$ ou $y-1=-2)$

c-à-dire $x=2$ et $(y=3$ ou $y=-1)$

$S=\{(2;3);(2;-1)\}$