Durée du devoir : 60 mn	Devoir surveillé	TCS prof: atmani najib

Indications : Toutes les réponses doivent être justifiées.
L'usage de la calculatrice est autorisé.

Exercice 1 : (x points)

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elles sont vraie ou fausse, en justifiant votre réponse à l'aide d'une propriété, d'un calcul ou d'un contre-exemple.

1. Le produit de deux nombres irrationnels est un nombre irrationnel.
2. $\frac{1}{\sqrt{6}-2}=\frac{\sqrt{6}}{2}+1$
3. $\sqrt{(1-3\sqrt{10})^2}=1-3\sqrt{10}$

Exercice 2 : (x points)

On considère les intervalles suivants :

$A=]-\infty;3]$ $\quad B=]-5;4]$ $\quad C=]2;+\infty[$

Déterminer et écrire plus simplement les ensembles suivants :

$A\cap B$ $\quad A\cap C$ $\quad A\cup B$ $\quad A\cup C$ $\quad B\cup C$ $\quad B\cap C$

Exercice 3 : (x points)

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $|2x+5|=1$
2. Résoudre graphiquement (en utilisant la notion de distance) l'équation : $|x-1|=|x-5|$
3. Résoudre algébriquement l'équation : $|x-1|=|x-5|$
4. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante $|2x-3|<1$

Exercice 4 : (x points)

Soit x et y deux réels tel que : $|x|<1$ et $|y|<1$

Donner un encadrement de $A=\frac{1}{x+y+xy+4}$ en précisant son amplitude.

Durée du devoir : 60 mn	Devoir surveillé Correction	TCS prof: atmani najib

Exercice 1 : (Correction)

1. Fausse, puisque : $\sqrt{2}\times\sqrt{8}=4$ et 4 est un rationnel.
2. Vraie, puisque : $\dfrac{1}{\sqrt{6}-2} = \dfrac{(\sqrt{6}+2)}{(\sqrt{6}-2)(\sqrt{6}+2)} = \dfrac{(\sqrt{6}+2)}{6-4} = \dfrac{\sqrt{6}+2}{2} = \dfrac{\sqrt{6}}{2}+1$
3. Fausse, puisque : $\sqrt{(1-3\sqrt{10})^2}=\left|1-3\sqrt{10}\right|=-1+3\sqrt{10}$ car $1-3\sqrt{10}$ est négatif.

Exercice 2 : (Correction)

$A\cap B=\left]-\infty;3\right]\cap\left]-5;4\right]=\left]-5;3\right]$

$A\cap C=\left]-\infty;3\right]\cap\left]2;+\infty\right[=\left]2;3\right]$

$A\cup B=\left]-\infty;3\right]\cup\left]-5;4\right]=\left]-\infty;4\right]$

$A\cup C=\left]-\infty;3\right]\cup\left]2;+\infty\right[=\left]-\infty;+\infty\right[=\mathbb{R}$

$B\cup C=\left]-5;4\right]\cup\left]2;+\infty\right[=\left]-5;+\infty\right[$

$B\cap C=\left]-5;4\right]\cap\left]2;+\infty\right[=\left]2;4\right]$

Exercice 3 : (Correction)

1. On a $|2x+5|=1$ équivaut à dire que $2x+5=1$ ou $2x+5=-1$

   c-à-d $2x=-4$ ou $2x=-6$

   c-à-d $x=-2$ ou $x=-3$

   donc $S=\{-3;-2\}$
2. On a $|x-1|=|x-5|$ c-à-d la distance de x à 1 est la même que celle de x à 5

   c-à-d que x est le centre de l'intervalle $[1;5]$ donc $x=\dfrac{1+5}{2}=3$

   donc $S=\{3\}$
3. On a $|x-1|=|x-5|$ équivaut à dire que $x-1=x-5$ ou $x-1=5-x$

   c-à-d $0=-4$ ou $2x=6$

   c-à-d $x=3$

   donc $S=\{3\}$
4. On a $|2x-3|<1$ équivaut à dire que $-1<2x-3<1$

   c-à-d $2<2x<4$

   c-à-d $1<x<2$

   donc $S=\left]1;2\right[$

Exercice 4 : (Correction)

On a $|x|<1$ équivaut à dire que $-1<x<1$

et $|y|<1$ équivaut à dire que $-1<y<1$

donc $-2<x+y<2$ (1)

en faisant le produit de $|x|<1$ et $|y|<1$ on obtient $|xy|<1$ c-à-d $-1<xy<1$ (2)

de (1) et (2) on déduit que $-3<x+y+xy<3$ donc $1<x+y+xy+4<7$

et par suit $\frac{1}{7}<\frac{1}{x+y+xy+4}<1$ c'est un encadrement de A d'amplitude $1-\frac{1}{7}=\frac{6}{7}$