

Durée du devoir : 60 mn	Devoir surveillé	TCS prof: atmani najib
----------------------------	------------------	---------------------------

Indications : Toutes les réponses doivent être justifiées.
L'usage de la calculatrice est autorisé.

Exercice 1 : (x points)

Soient x un nombre réel , $-3,14$ une valeur approchée par excès de x à 10^{-2} près
et y un nombre réel tel que $|2y + 1| \leq 2$.

1. Donner un encadrement de chacun des deux nombres x et y .
2. Dédire un encadrement de $A = 2x - 3y$.
3. Donner une valeur approchée de A en donnant la précision.

Exercice 2 : (x points)

$ABCD$ est un parallélogramme de centre O , I le milieu du segment $[AB]$

et E le point tel que : $\overrightarrow{DE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{DI}$

1. Montrer que $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$
2. Ecrire \overrightarrow{AO} en fonction de \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AD} .
3. Montrer que les points A , O et E sont alignés.

Exercice 3 : (x points)

On considère le polynôme $P(x) = 3x^3 - 4x^2 - 13x + 14$

1. a) Calculer $P(1)$
b) $P(x)$ est il divisible par $(x - 1)$?
c) Si oui, trouver le polynôme $Q(x)$ tel que $P(x) = (x - 1)Q(x)$
2. a) calculer $Q(-2)$
b) factoriser $Q(x)$
c) déduire l'écriture de $P(x)$ sous forme d'un produit de trois polynômes du premier degré
3. soit x un élément de $[-3; -1]$, donner un encadrement de $P(x)$ en précisant son amplitude.

Durée du devoir :
60 mn

Devoir surveillé
Correction

TCS
prof: atmani najib

Exercice 1 : (Correction)

1. $-3,14$ est une valeur approchée par excès de x à 10^{-2} près donc $-3,14 - 10^{-2} \leq x \leq -3,14$
c-à-dire $-3,15 \leq x \leq -3,14$
on a $|2y + 1| \leq 2$ donc : $-2 \leq 2y + 1 \leq 2$ c-à-dire $\frac{-3}{2} \leq y \leq \frac{1}{2}$
2. On a $-3,15 \leq x \leq -3,14$ donc $-6,3 \leq 2x \leq -6,28$
et on a $\frac{-3}{2} \leq y \leq \frac{1}{2}$ donc $\frac{-3}{2} \leq -3y \leq \frac{9}{2}$
d'où $-6,3 - \frac{3}{2} \leq 2x - 3y \leq -6,28 + \frac{9}{2}$ et par suite $-7,8 \leq A \leq -1,78$
3. Le centre de l'intervalle $[-7,8; -1,78]$ est $-4,79$ donc $-7,8 + 4,79 \leq A + 4,79 \leq -1,78 + 4,79$
c-à-dire $-3,01 \leq A + 4,79 \leq 3,01$ c-à-dire : $|A + 4,79| \leq 3,01$
donc $-4,79$ est une valeur approchée de A à $3,01$ près.

Exercice 2 : (Correction)

1. On a $\overrightarrow{DE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{DI}$ donc $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{DA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AI}$ c-à-dire $\overrightarrow{AE} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AD} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AI}$
et puisque $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ donc $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$
2. On a $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ donc $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB})$ c-à-dire $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$
3. D'après les deux questions précédentes on a $2\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}$ et $3\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}$
donc $3\overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{AO}$ c-à-dire $\overrightarrow{AE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AO}$ donc A, O et E sont alignés.

Exercice 3 : (Correction)

1. a) $P(1) = 0$
b) on a $P(1) = 0$ donc 1 est une racine de $P(x)$ et par suite $P(x)$ est divisible par $(x - 1)$
c) en effectuant la division euclidienne de $P(x)$ par $(x - 1)$, on trouve $Q(x) = 3x^2 - x - 14$
2. a) $Q(-2) = 0$
b) on a $Q(-2) = 0$ donc -2 est une racine de $Q(x)$
en effectuant la division euclidienne de $Q(x)$ par $(x + 2)$, on trouve :
 $Q(x) = (x + 2)(3x - 7)$
c) $P(x) = (x - 1)(x + 2)(3x - 7)$
3. on a $x \in [-3; -1]$ donc $-3 \leq x \leq -1$ d'où $2 \leq -(x - 1) \leq 4$ et $10 \leq -(3x - 7) \leq 16$
en faisant le produit on trouve : $20 \leq (x - 1)(3x - 7) \leq 64$
d'autre part on a : $-1 \leq x + 2 \leq 1$ c-à-dire $0 \leq |x + 2| \leq 1$
donc $0 \leq |x + 2|(x - 1)(3x - 7) \leq 64$ d'où $0 \leq |(x + 2)(x - 1)(3x - 7)| \leq 64$
donc $-64 \leq (x + 2)(x - 1)(3x - 7) \leq 64$
l'amplitude de l'encadrement est $64 - (-64) = 128$