

EXERCICE 1

Deuxième situation

On relie un corps solide (S_2), de masse $m_2 = 182 \text{ g}$, à un ressort à spires non jointive, de masse négligeable et de raideur K , et on fixe l'autre bout du ressort à un support fixe (figure 2).

Le corps (S_2) peut glisser sans frottement sur un plan horizontal.

On écarte le corps (S_2) de sa position d'équilibre de la distance X_m , et on le libère sans vitesse initiale.

Pour étudier le mouvement de G_2 , on choisit le référentiel galiléen ($O, \vec{i}$) tel que la position de G_2 à l'origine des dates est confondue avec l'origine O .

On repère la position de G_2 à l'instant t par l'abscisse x dans le repère ($O, \vec{i}$).

L'équation différentielle du mouvement de G_2 s'écrit : $\ddot{x} + \frac{K}{m_2} x = 0$ et sa solution est de la forme $x(t) = X_m \cos(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi)$.

L'étude expérimentale du mouvement de G_2 a permis d'obtenir le graphe représenté sur la figure 3.

2-1- Déterminer en exploitant le graphe les grandeurs suivantes :

l'amplitude X_m , la période T_0 et φ la phase à l'origine des dates. (0,75 pt)

2-2- En déduire la raideur K du ressort. (0,75 pt)

2-3- On choisit le plan horizontal passant par la position de G_2 à l'équilibre comme origine de l'énergie potentielle de pesanteur et l'état où le ressort n'est pas déformé comme origine de l'énergie potentielle élastique.

2-3-1- Montrer que l'énergie cinétique E_C du corps (S_2) s'écrit : $E_C = \frac{K}{2} (X_m - x)^2$. (0,75 pt)

2-3-2- Trouver l'expression de l'énergie mécanique du système { corps S_2 - ressort } en fonction de X_m et K et en déduire la vitesse v_{G_2} lorsque G_2 passe par la position d'équilibre dans le sens positif.

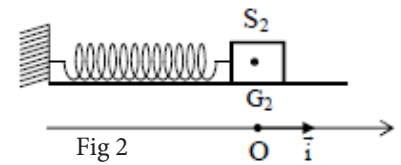


Fig 2

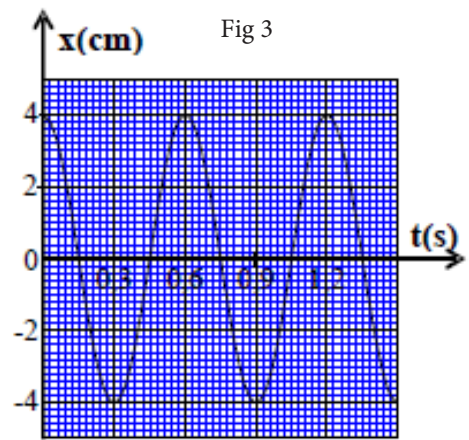


Fig 3

EXERCICE 2

Les ressorts se trouvent dans plusieurs appareils mécaniques, comme les voitures et les bicyclettes ... et produisent des oscillations mécaniques.

Cette partie a pour objectif, l'étude énergétique d'un système oscillant (corps solide - ressort) dans une position horizontale.

Soit un oscillateur mécanique horizontal composé d'un corps solide (S) de masse m et de centre d'inertie G fixé à l'extrémité d'un ressort à spires non jointives et de masse négligeable et de raideur $K = 10 \text{ N.m}^{-1}$.

L'autre extrémité du ressort est fixée à un support fixe.

Le corps (S) glisse sans frottement sur le plan horizontal.

On étudie le mouvement de l'oscillateur dans le repère ($O, \vec{i}$) lié à la Terre et dont l'origine est confondue avec la position de G à l'équilibre de (S).

On repère la position de G à l'instant t par son abscisse x . (Figure 4)

On écarte le corps (S) horizontalement de sa position d'équilibre dans le sens positif d'une distance X_0 et on le libère sans vitesse initiale à l'instant pris comme origine des dates.

On choisit le plan horizontal passant par G comme référence de l'énergie potentielle de pesanteur, et l'état dans lequel le ressort n'est pas déformé comme référence de l'énergie potentielle élastique.

A l'aide d'un dispositif informatique adéquat, on obtient les deux courbes représentant les variations de l'énergie E_C cinétique et l'énergie potentielle élastique E_{pe} du système oscillant en fonction du temps. (Figure 5)

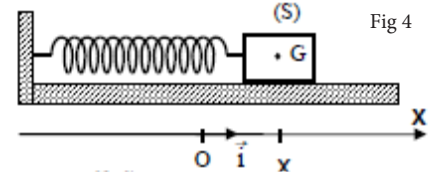


Fig 4

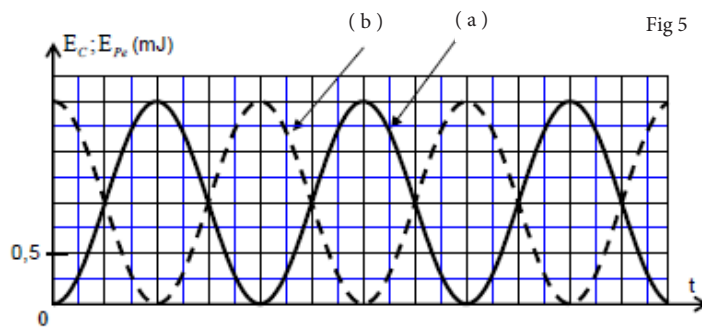


Fig 5

1- Indiquer parmi les courbes (a) et (b) celle qui représente les variations de l'énergie cinétique E_C . justifier votre réponse.

2- Déterminer la valeur de l'énergie mécanique E_m du système oscillant.

3- En déduire la valeur de la distance X_0 .

4- En considérant la variation de l'énergie potentielle élastique du système oscillant, trouver le travail $W_{A \rightarrow O}(\vec{T})$ de la force de rappel $\vec{T}$ exercée par le ressort sur (S) lors du déplacement de G de la position A d'abscisse $x_A = X_0$ vers la position O .

EXERCICE 3

Partie II : Étude énergétique d'un oscillateur mécanique (solide-ressort)

Un système oscillant est constitué d'un solide (S), de centre d'inertie G et de masse m , et d'un ressort horizontal, à spires non jointives, de masse négligeable et de raideur $K = 20 \text{ N.m}^{-1}$.

Le solide (S) est accroché à l'une des deux extrémités du ressort, l'autre extrémité est fixée à un support immobile.

On écarte le solide (S) de sa position d'équilibre d'une distance X_m puis on le lâche sans vitesse

initiale. Le solide (S) oscille sans frottements sur un plan horizontal (figure 1)

On étudie le mouvement du centre d'inertie G dans un repère ($O, \vec{i}$) lié à un référentiel terrestre considéré comme galiléen. L'origine O de l'axe coïncide avec la position de G lorsque le solide (S) est à l'équilibre.

On repère, dans le repère ($O, \vec{i}$) la position de G à un instant t par l'abscisse x .

On choisit le plan horizontal passant par G comme référence de l'énergie potentielle de pesanteur et l'état où G est à la position d'équilibre ($x=0$) comme référence de

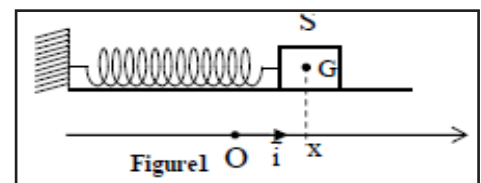


Figure 1

l'énergie potentielle élastique.

L'équation horaire du mouvement de G s'écrit sous forme : $x(t) = X_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right)$.

La courbe de la figure 2 représente le diagramme des espaces $x(t)$.

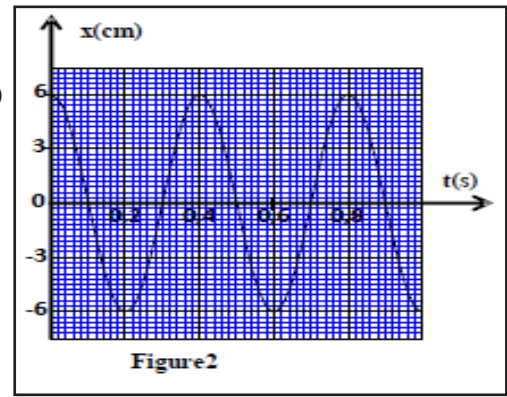
1- Déterminer les valeurs de X_m , T_0 et de φ .

2- Déterminer la valeur de l'énergie mécanique E_m de l'oscillateur étudié. (0,75 pt)

3- Trouver la valeur de l'énergie cinétique E_{Cl} de l'oscillateur mécanique à l'instant $t_1 = 0,3s$.

4- Calculer le travail $W_{AB}(F)$ de la force de rappel lorsque le centre d'inertie G se déplace de la position A d'abscisse $x_A = 0$ à la position B

d'abscisse $x_B = \frac{X_m}{2}$.



EXERCICE 4

2. Étude du mouvement d'un système oscillant {solide (S)- ressort}

On fixe le solide (S) précédent à un ressort horizontal à spires non jointives, de masse négligeable et de constante de raideur K .

À l'équilibre, le centre d'inertie G coïncide avec l'origine du repère $(O, \vec{i})$ lié à la terre considéré comme galiléen (figure 2).

On écarte le solide (S) de sa position d'équilibre et on le libère sans vitesse initiale à l'instant $t_0 = 0$.

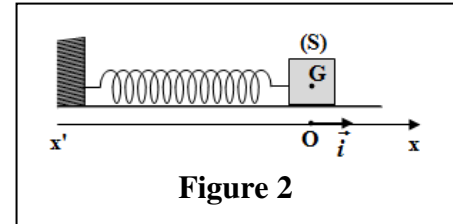


Figure 2

Données:

- Tous les frottements sont négligeables;

- On choisit l'état où le ressort n'est pas déformé comme référence de l'énergie potentielle élastique E_{pe} et le plan horizontal contenant G comme état de référence de l'énergie potentielle de pesanteur E_{pp} .

La courbe de la figure (3) représente les variations de E_{pe} en fonction de x^2 , carré de l'abscisse x du centre d'inertie G dans le repère $(O, \vec{i})$.

2.1. En exploitant la courbe de la figure (3), trouver les valeurs de:

a. la constante de raideur K .

b. l'énergie potentielle élastique maximale $E_{pe,max}$.

c. l'amplitude X_m des oscillations.

2.2. Déduire, en justifiant votre réponse, la valeur de l'énergie mécanique E_m du système oscillant.

2.3. Le centre d'inertie G passe par la position d'équilibre dans le sens positif avec la vitesse $v = 0,25 \text{ m.s}^{-1}$.

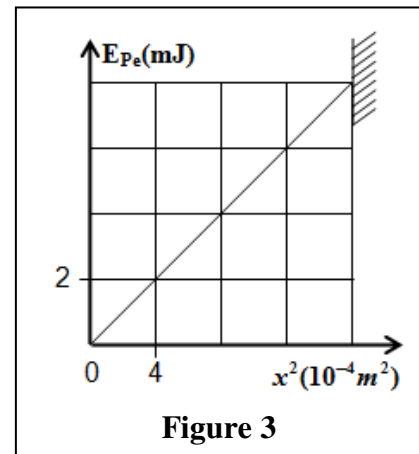


Figure 3

Montrer que l'expression de la période propre des oscillations s'écrit $T_0 = 2\pi \cdot \frac{X_m}{v}$. Calculer T_0 .

EXERCICE 5

Partie II :-Etude du mouvement d'un pendule élastique

Un oscillateur mécanique vertical est constitué d'un corps solide S de masse $m = 200 \text{ g}$ et d'un ressort à spires non jointives de masse négligeable et de raideur K . L'une des extrémités du ressort est fixée à un support fixe et l'autre extrémité est liée au solide S (figure 2).

On se propose d'étudier le mouvement du centre d'inertie G du solide S dans un repère $R(O, \vec{k})$ lié à un référentiel terrestre supposé galiléen.

On repère la position de G à un instant t par la cote z sur l'axe $(O, \vec{k})$. A l'équilibre, G est confondu avec l'origine O du repère $R(O, \vec{k})$. On prendra $\pi^2 = 10$.

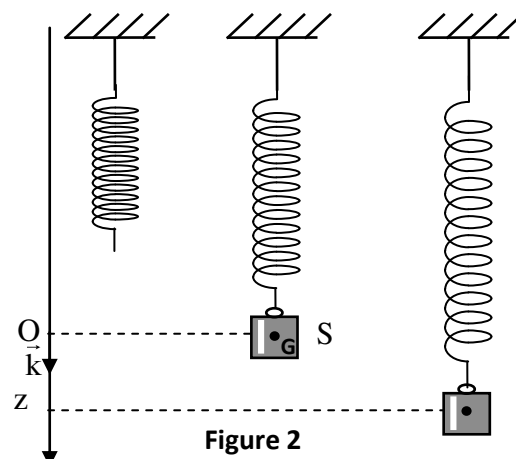


Figure 2

1- Frottements négligeables

On écarte verticalement le solide S de sa position d'équilibre et on l'envoie à l'instant de date $t=0$, avec une vitesse initiale $\vec{V}_0 = V_{0z} \vec{k}$.

La courbe de la figure 3 représente l'évolution de la côte $z(t)$ du centre d'inertie G.

1-1-Déterminer, à l'équilibre,

l'allongement $\Delta \ell_0$ du ressort en fonction de m , K et de l'intensité de la pesanteur g .

1-2- Etablir l'équation différentielle vérifiée par la côte z du centre d'inertie G.

1-3 -La solution de cette équation

différentielle s'écrit $z = z_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$

avec T_0 la période propre de l'oscillateur.

Déterminer la valeur de K et celle de V_{0z} .

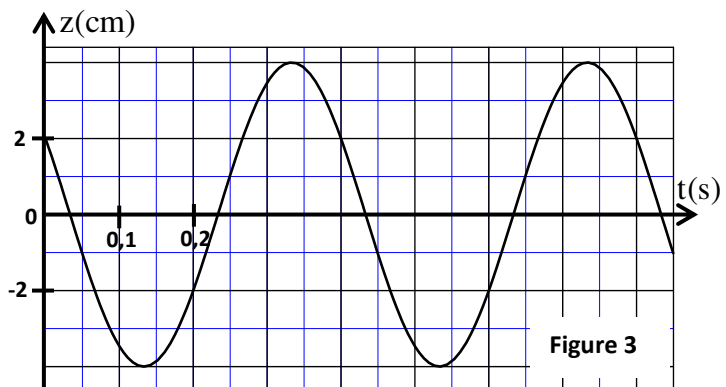


Figure 3

2-Frottements non négligeables

On réalise deux expériences en plongeant l'oscillateur dans deux liquides différents. Dans chaque expérience, on écarte verticalement le solide S de sa position d'équilibre d'une distance z_0 et on l'abandonne sans vitesse initiale à l'instant $t=0$, le solide S oscille alors à l'intérieur du liquide.

Les courbes (1) et (2) de la figure 4 représentent l'évolution de la côte z du centre d'inertie G au cours du temps dans chaque liquide.

2-1- Associer à chaque courbe le régime d'amortissement correspondant.

2-2- On choisit le plan horizontal auquel appartient le point O, origine du repère $R(O, \vec{k})$, comme état de référence de l'énergie potentielle de pesanteur E_{pp} ($E_{pp} = 0$) et l'état où le ressort est non déformé comme état de référence de l'énergie potentielle élastique E_{pe} ($E_{pe} = 0$).

Pour les oscillations correspondant à la courbe (1) :

2-2-1- Trouver, à un instant de date t , l'expression de l'énergie potentielle $E_p = E_{pp} + E_{pe}$ en fonction

de K , z et $\Delta \ell'_0$ l'allongement du ressort à l'équilibre dans le liquide.

2-2-2- Calculer la variation de l'énergie mécanique de l'oscillateur entre les instants $t_1=0$ et $t_2=0,4$ s.

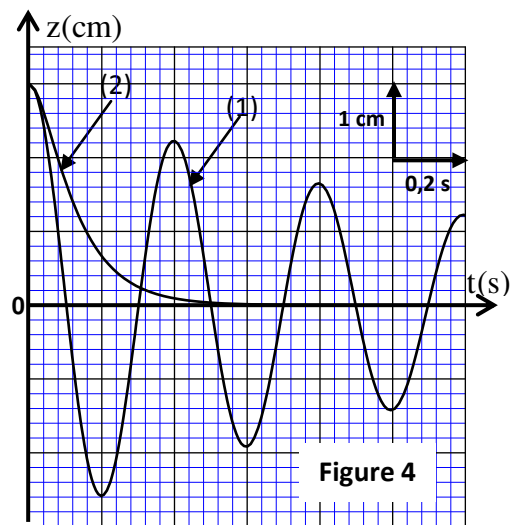


Figure 4

EXERCICE 6

Partie I : Etude énergétique d'un pendule élastique

Le pendule élastique étudié est constitué d'un solide (S), de centre d'inertie G et de masse $m = 100$ g, attaché à l'extrémité d'un ressort à spires non jointives, de masse négligeable et de raideur K . L'autre extrémité du ressort est fixée à un support fixe.

Le solide (S) peut glisser sans frottement sur la ligne de plus grande pente d'un plan incliné d'un angle $\alpha = 30^\circ$ par rapport au plan horizontal (fig.1).

On étudie le mouvement du centre d'inertie G dans le repère orthonormé $R(O, \vec{i}, \vec{j})$ lié au référentiel terrestre considéré comme galiléen. On repère la position de G à un instant t par l'abscisse x sur l'axe $(O, \vec{i})$.

A l'équilibre, G est confondu avec l'origine O du repère (fig.1).

On prendra $\pi^2 = 10$.

1-Déterminer, à l'équilibre, l'expression de l'allongement

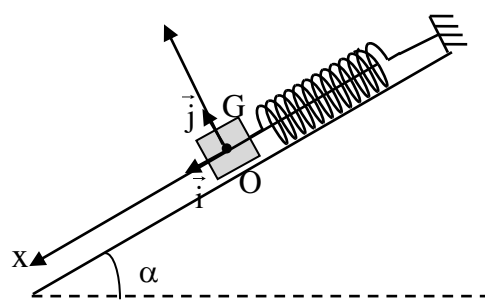


Figure1

$\Delta \ell_0$ du ressort en fonction de K , m , α et de g

l'intensité de la pesanteur .

2-On écarte (S) de sa position d'équilibre d'une distance X_0 dans le sens positif et on l'envoie à l'instant de date $t=0$ avec une vitesse initiale $\vec{V}_0$ telle que $\vec{V}_0 = -V_0 \vec{i}$.

2.1 On choisit comme référence de l'énergie potentielle de pesanteur le plan horizontal auquel appartient G à l'équilibre : ($E_{pp}(O) = 0$) et comme référence de l'énergie potentielle élastique l'état où le ressort est allongé à l'équilibre : ($E_{pe}(O) = 0$). Trouver, à un instant t , l'expression de l'énergie potentielle $E_p = E_{pp} + E_{pe}$ de l'oscillateur en fonction de x et de K .

2.2- A partir de l'étude énergétique, établir l'équation différentielle régie par l'abscisse x .

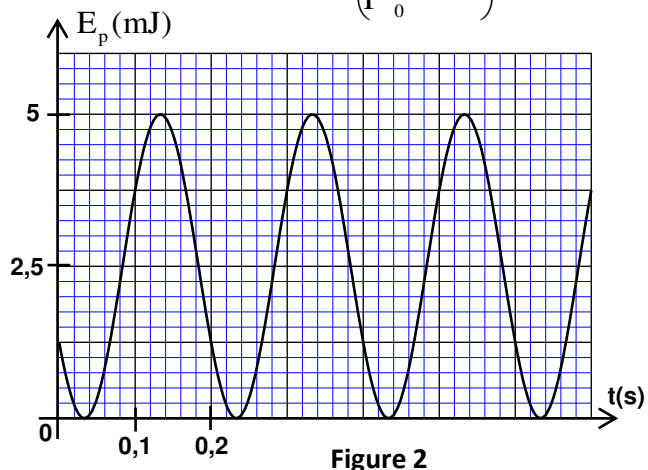
2.3- La solution de l'équation différentielle s'écrit sous la forme : $x(t) = X_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi\right)$.

(T_0 étant la période propre de l'oscillateur) .

La courbe de la figure 2 représente l'évolution de l'énergie potentielle E_p de l'oscillateur en fonction du temps.

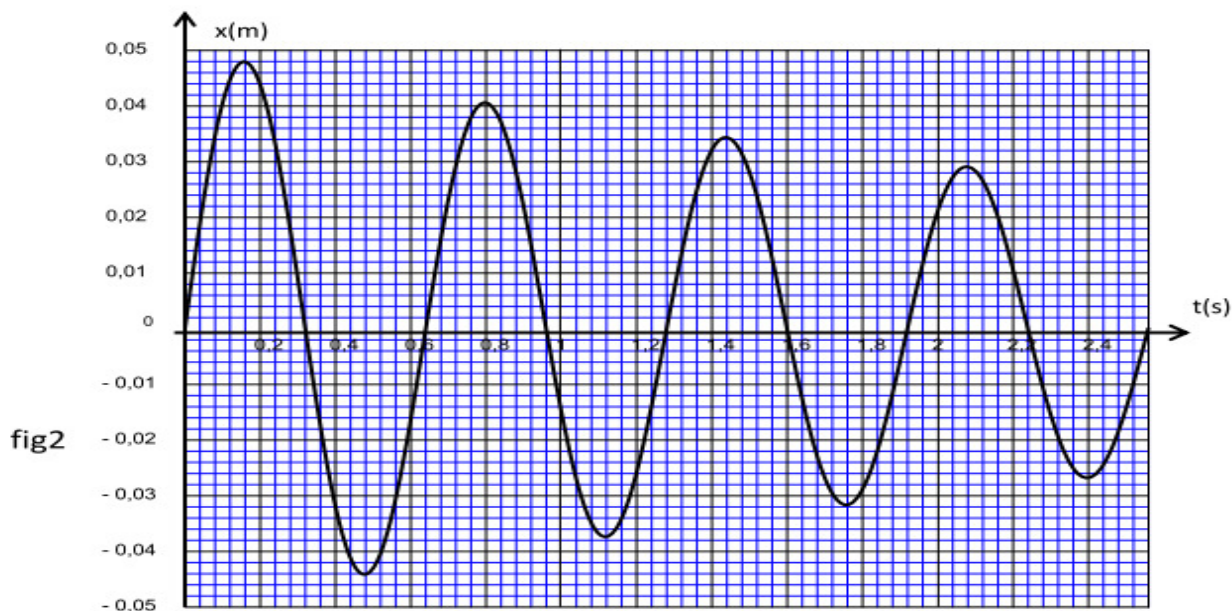
2.3.1-Trouver la valeur de la raideur K , de l'amplitude X_m et de la phase φ .

2.3.2-Par étude énergétique, trouver l'expression de V_0 en fonction de K , m et X_m .



Partie II Oscillations libres amorties

L'enregistrement du mouvement de l'oscillateur (fig2) à l'aide d'un oscilloscope montre que l'amplitude des oscillations varie au cours du temps.



3.1- Justifier la diminution de l'amplitude des oscillations .

3.2- La pseudo-période T dans le cas d'amortissement faible s'exprime par la relation

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{\mu T_0}{4\pi m}\right)^2}} \quad . \text{Déterminer ,à l'aide du graphe , le coefficient d'amortissement } \mu .$$