

## Pendule de torsion

### Exercice 1

Un pendule de torsion est constitué par un fil métallique vertical, fixé à l'une des extrémités un disque horizontal, homogène de masse  $M = 5,60\text{kg}$  et de diamètre  $d = 24\text{cm}$ . L'autre extrémité du fil est étant fixé à un support. Le système (disque+fil) peut tourner autour d'un axe fixe ( $\Delta$ ) matérialisé par le fil métallique.

Lorsque on applique une force d'intensité  $4,23\text{N}$  et de direction tangente à la gante du disque, ce dernier tourne d'un angle  $\theta = 3,34^\circ$  de sa position d'équilibre stable. Puis on enlève cette force et on lâche le système sans vitesse initiale.

1. Calculer la constante de torsion  $C$  du fil métallique
2. En appliquant la relation fondamentale de la dynamique, Établir l'équation différentielle du mouvement du système.
3. La solution de l'équation différentielle s'écrit de la forme suivante :

$$\theta(t) = \theta_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi_0\right)$$

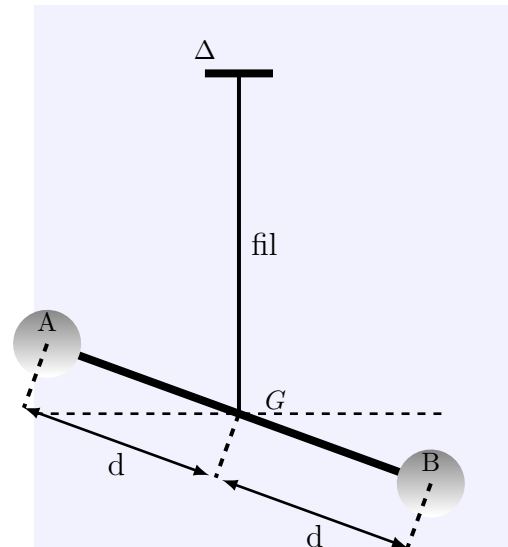
Déterminer l'expression de la période propre  $T_0$  des oscillations et la fréquence  $f_0$  et les calculer.

4. Écrire l'équation horaire du mouvement  $\theta(t)$ . Quelle est la nature de ce mouvement ?

### Exercice 2

Une barre horizontale  $AB$  est supportée par un fil vertical dont une des extrémité est fixée au centre de gravité  $G$  de  $AB$ , et, l'autre extrémité est attachée à un point fixe  $O$ . Deux masse ponctuelles de  $100\text{g}$  chacune sont placées sur l'axe  $AB$  de la barre, l'une sur  $GA$  et l'autre sur  $GB$ . On pose  $GA = GB = d$

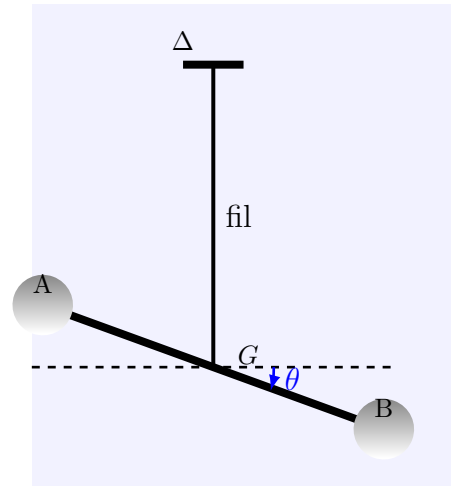
En absence des masse  $m$ , la période vaut  $4\text{s}$ ; lorsque les masse sont placées de  $d = 20\text{cm}$ , la période vaut  $6,93\text{s}$ . Calculer le moment d'inertie de la tige et la constante de la torsion du fil.



### Exercice 3

Une barre horizontale  $AB$  est supportée par un fil vertical de constante de torsion  $C$  dont une des extrémité est fixée au centre de gravité  $G$  de  $AB$ , et, l'autre extrémité est attachée à un point fixe  $O$ .

Deux masse ponctuelles de même masse sont placées sur l'axe AB de la barre  
 Le moment d'inertie du système (tige + deux masses ) par rapport à un axe  $\Delta$  matérialisé par le fil vertical est  $J_{\Delta} = 1,46kg.m^2$   
 La période propre du pendule de torsion en absence de frottement est  $T_0 = 7min$



### 1. Étude du pendule de torsion

On néglige tous les frottement et l'angle de torsion sera noté par  $\theta$ , la vitesse angulaire par  $\frac{d\theta}{dt}$  et l'accélération angulaire par  $\frac{d^2\theta}{dt^2}$ .

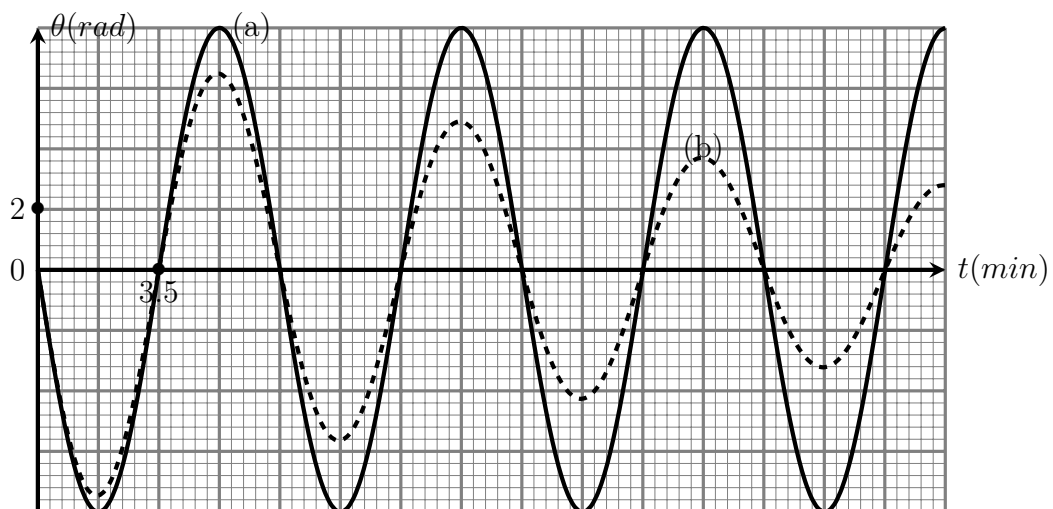
- Établir l'équation différentielle vérifiée par l'angle de torsion  $\theta$  au cours des oscillations du pendule de torsion .
- La solution de cette équation différentielle s'écrit sous la forme suivante :

$$\theta(t) = \theta_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$$

En utilisant l'équation différentielle et sa solution , trouver l'expression de la période propre  $T_0$  du pendule en fonction de C et  $J_{\Delta}$ . En déduire la valeur de la constante de torsion C du fil utilisé dans cette expérience .

### 2. Exploitation de la représentation $\theta = f(t)$

On réalise deux expériences pour mesurer la période propre du pendule , l'une , avec frottements , l'autre en absence de frottements . Les deux courbes (a) et (b) de la figure ci-dessous représentent la variation de  $\theta$  en fonction de t dans chaque cas.



- Indiquer , en justifiant votre réponse , la courbe correspond au régime pseudo-périodique
- Déterminer , en utilisant la figure ci-dessus en absence des frottements , la valeur de la vitesse angulaire du mouvement du pendule de torsion à l'instant  $t = 0$