

**Résumé de cours**  
**dipôle RC**

**2 bac Science physique Et Science math**

**Prof**  
**Marwane CHARGUI**

**Le condensateur** c'est un dipôle qui caractérise par sa capacité C et son rôle est stocker l'énergie électrique  
Le symbole de condensateur



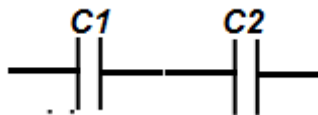
La tension entre les bornes de condensateur s'écrit sous la forme  $u_c = \frac{q}{C}$

**La relation entre la charge et l'intensité**

Générateur de courant idéal	Générateur de tension idéal
$I = \frac{q}{t}$	$i = \frac{dq}{dt}$

**Association des condensateurs**

**En série**



$$I = I_1 = I_2$$

$$\text{On } q = q_1 = q_2$$

$$U_{C_{eq}} = U_{C1} + U_{C2}$$

$$\text{Et } U_{C1} = \frac{q_1}{C_1}; U_{C2} = \frac{q_2}{C_2}; U_{C_{eq}} = \frac{q}{C_{eq}}$$

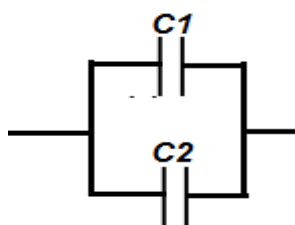
Donc

$$U_{C_{eq}} = U_{C1} + U_{C2} \Leftrightarrow \frac{q}{C_{eq}} = \frac{q_1}{C_1} + \frac{q_2}{C_2} \Leftrightarrow \frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

$$\text{En générale : } \frac{1}{C_{eq}} = \sum \frac{1}{C_i}$$

Le rôle de cette association en série c'est de diminuer la valeur de la capacité

**En parallèle**



$$I = I_1 + I_2$$

$$\text{On } q = q_1 + q_2$$

$$U_{C_{eq}} = U_{C1} = U_{C2}$$

$$\text{Et } q_1 = C_1 U_{C1}; q_2 = C_2 U_{C2}; q = C_{eq} U_{C_{eq}}$$

Donc

$$q = q_1 + q_2 \Leftrightarrow C_{eq} U_{C_{eq}} = C_1 U_{C1} + C_2 U_{C2} \Leftrightarrow C_{eq} = C_1 + C_2$$

$$\text{En générale : } C_{eq} = \sum C_i$$

Le rôle de cette association en série c'est d'augmenter la valeur de la capacité

**Constante de temps**  $\tau$  pour un dipôle RC :  $\tau = RC$

La constante de temps donne un ordre de grandeur de la rapidité de la charge (ou de la décharge).

La durée nécessaire pour que le condensateur charge totalement (régime permanent) est  $5\tau$ .

*Remarque : L'analyse dimensionnelle permet de retrouver ce résultat. En effet :*

$$\text{La loi d'Ohm } U = R.i \text{ montre que } [R] = \frac{[U]}{[I]}$$

$$\text{- La relation } i = C \cdot \frac{du_c}{dt} \text{ montre que } [C] = \frac{[I] \cdot [T]}{[U]}$$

$$\text{On en déduit } [\tau] = [R][C] = \frac{[U]}{[I]} \times \frac{[I] \cdot [T]}{[U]} = [T]$$

donc  $\tau = RC$  a bien les dimensions d'un temps (s dans SI)

**Energie emmagasinée par le condensateur**

Un condensateur de capacité C est capable de stocker une énergie

$$\text{On a la relation : } P_e = u_c \cdot i = u_c \cdot C \frac{du_c}{dt} = C u_c \frac{du_c}{dt}$$

$$\text{Et } P_e = \frac{dE_e}{dt}$$

$$\text{Donc } \frac{dE_e}{dt} = C u_c \frac{du_c}{dt} \Leftrightarrow dE_e = C u_c du_c$$

Par intégration on trouve

$$E_e = \frac{1}{2} C u_c^2 = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$$

Dans le régime permanent

$$E_{e \max} = \frac{1}{2} C \cdot E^2$$

# Etude la réponse d'un circuit RC a un échelon de tension

	<b>La tension <math>u_C(t)</math></b>	<b>La charge <math>q(t)</math></b>	<b>La tension <math>u_R(t)</math></b>	<b>L'intensite de courant <math>i(t)</math></b>
<b>Equation différentielle qui vérifier</b>	<p>Selon la loi d'addition des tensions  <math>u_R + u_C = E</math>                      Et selon la loi d'ohm on a :  <math>u_R = R.i = R.\frac{dq}{dt} = R.C.\frac{du_C}{dt}</math>                      Donc  <math>R.C.\frac{du_C}{dt} + u_C = E</math></p>	<p>Selon la loi d'addition des tensions  <math>u_R + u_C = E</math>                      Et selon la loi d'ohm on a :  <math>u_R = R.i = R.\frac{dq}{dt} = R.C.\frac{du_C}{dt}</math>                      Donc  <math>R.\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = E \Leftrightarrow R.C.\frac{dq}{dt} + q = CE</math></p>	<p>Selon la loi d'addition des tensions  <math>u_R + u_C = E</math>                      On va calcule la dérive  <math>\frac{du_R}{dt} + \frac{du_C}{dt} = \frac{dE}{dt} = 0</math>                      On a <math>\frac{du_C}{dt} = \frac{u_R}{RC}</math>                      Donc <math>\frac{du_R}{dt} + \frac{u_R}{RC} = 0</math></p>	<p>Selon la loi d'addition des tensions  <math>u_R + u_C = E</math>                      On va calcule la dérive  <math>\frac{du_R}{dt} + \frac{du_C}{dt} = \frac{dE}{dt} = 0</math>                      On a <math>\frac{du_C}{dt} = \frac{i}{C}</math> et <math>\frac{du_R}{dt} = R \frac{di}{dt}</math>                      Donc  <math>R \frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = 0 \Leftrightarrow RC \frac{di}{dt} + i = 0</math></p>
<b>La solution</b>	<p><math>u_C(t) = A \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) = A - Ae^{-\frac{t}{\tau}}</math>                      On calcule la dérive <math>\frac{du_C}{dt} = \frac{A}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}</math>                      On remplace dans l'équation  <math>R.C \left( \frac{A}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} \right) + A - Ae^{-\frac{t}{\tau}} = E</math>  <math>Ae^{-\frac{t}{\tau}} \left( \frac{RC}{\tau} - 1 \right) = E - A</math>  <math>\tau = RC</math> et <math>A = E</math>  <math>u_C(t) = E \left( 1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right)</math></p>	<p><math>q(t) = A \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) = A - Ae^{-\frac{t}{\tau}}</math>                      On calcule la dérive <math>\frac{dq}{dt} = \frac{A}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}</math>                      On remplace dans l'équation  <math>R.C \left( \frac{A}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} \right) + A - Ae^{-\frac{t}{\tau}} = CE</math>  <math>Ae^{-\frac{t}{\tau}} \left( \frac{RC}{\tau} - 1 \right) = CE - A</math>  <math>\tau = RC</math> et <math>A = CE</math>  <math>q(t) = CE \left( 1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right)</math></p>	<p><math>u_R(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}}</math>                      On calcule la dérive <math>\frac{du_R}{dt} = \frac{-A}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}</math>                      On remplace dans l'équation  <math>R.C \left( \frac{-A}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} \right) + Ae^{-\frac{t}{\tau}} = 0</math>  <math>Ae^{-\frac{t}{\tau}} \left( \frac{RC}{\tau} - 1 \right) = 0</math>                      Donc <math>\tau = RC</math> et <math>A = E</math>  <math>u_R(t) = Ee^{-\frac{t}{RC}}</math></p>	<p><math>i(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}}</math>                      On calcule la dérive <math>\frac{di}{dt} = \frac{-A}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}</math>                      On remplace dans l'équation  <math>R.C \left( \frac{-A}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} \right) + Ae^{-\frac{t}{\tau}} = 0</math>  <math>Ae^{-\frac{t}{\tau}} \left( \frac{RC}{\tau} - 1 \right) = 0</math>                      Donc <math>\tau = RC</math> et <math>A = \frac{E}{R}</math>  <math>i(t) = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{RC}}</math></p>

<b>La courbe</b>				
------------------	--	--	--	--