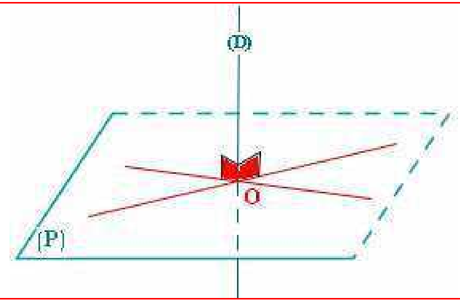
الـهندسة في الفضاء
الـمساحـات و الـحجوم
تـكبير و تـصـغير

1 ـ تـعامـد مـستقيم ومستوى

تـعـريف

يـكون مـستقيم (D) عـموديا على مستوى (P) (أو المستوى (P) عـموديا على المستقيم (D) في نقطة O)؛إذا كـان (D) عموديا في النقطة O على مستقيمين من (P) مـتقاطعين في النقطة O.



خاصية 1

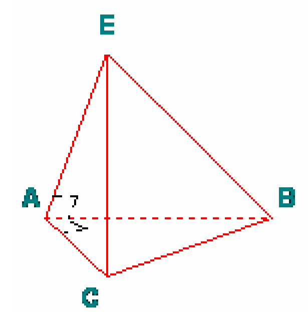
إذا كـان مـستقيم (D) عـموديا على مستوى (P) فإن (D) يكون عمودياً على جميع المستقيمات الموجودة ضمن (P) .

مـلاحـظـة: في كل مستوى في الفضاء؛ جميع خصائص الهندسة المستوية تبقى صالحة.

تـطـبـيق

ABC مثلث قائم الزاوية في النقطة A و E نقطة من الفضاءلاتنتمي إلى المستوى (ABC) بحيث المثلث ABE قائم الزاوية في A.(أنظر الشكل)

بين أن المستقيم (AB) عمودي على المستوى (ACE).



نبين أن المستقيم (AB) عمودي على المستوى(ACE)

* لدينا: ABC و ABE مثلثين قائمي الزاوية في A.

إذن: (AB) عمودي على (AE) و (AC).

* بما أن: (AE) و (AC) من المستوى (ACE).

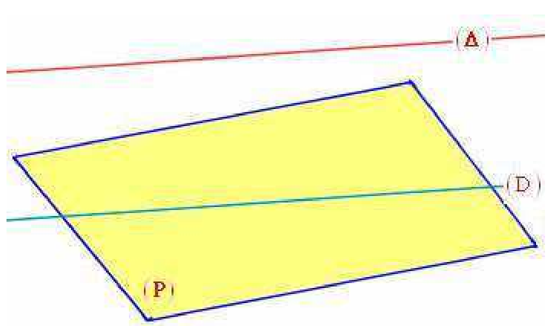
إذن: (AB) عمودي على المستوى(ACE).

2 ـ تـوازي مـستقيم ومـستوى

خـاصـية 2

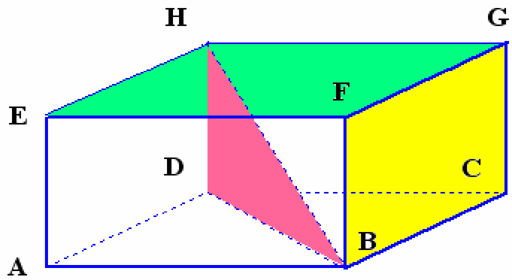
* كـل مستقيم (Δ) لا يشترك مع مستوى (P) في أي نقطة يكون موازيا قطعا لهذا المستوى.

* إذا كان مستقيم (D) ضمن (P) ؛ فإن (D) يوازي (P) .



3 ـ مبرهنة فيثاغورس في الفضاء

مبرهنة فيثاغورس المباشرة ؛ (مثال)



ABCDEFGH متوازي المستطيلات قائم.

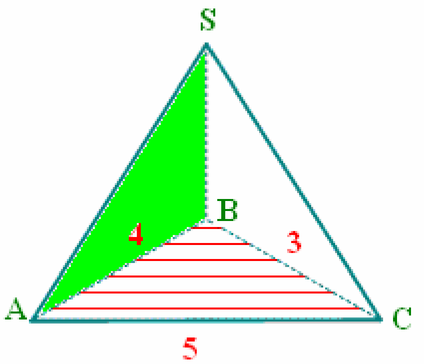
* لدينا (DH) عمودي على المستوى (ACD) (لأن جميع وجوه ABCDEFGH مستطيلات) والمستقيم (DB) ضمن المستوى (ACD)

إذن: (DH) عمودي على (DB) (ح ؛ خاصية 1)

أي: DBH قائم الزاوية في D

وبالتالي فإن: $BH^2=DB^2+DH^2$. (ح؛ م ؛ ف ؛ م)

مبرهنة فيثاغورس العكسية ؛ (مثال)



SABC رباعي الأوجه ؛ (أنظر الشكل).

في الـمستوى (ABC)

* لدينا: $AB^2+BC^2=4^2+3^2$ و $AC^2=5^2$

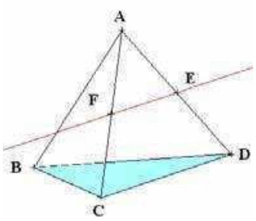
إذن: $AB^2+BC^2=25$ و $AC^2=25$

إذن: $AB^2+BC^2=AC^2$

وبالتالي: ABC قائم الزاوية في B (ح ؛ م ؛ ف ؛ ع) .

خاصية طاليس في الفضاء

خاصية طاليس المباشر؛ (مثال)

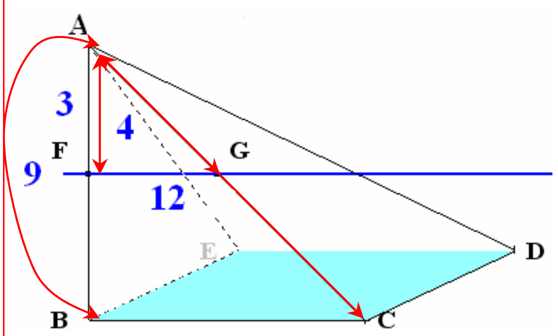


في المستوى (ACD) .

* لديـنا: $E\in[AD]$ و $F\in[AC]$ و $(EF)//(CD)$.

* إذن: $\frac{AE}{AD}=\frac{AF}{AC}=\frac{EF}{CD}$ (ح . خ . ط . م) .

خاصية طاليس العكسية؛(مثال)



في المثلث ABC

* لديـنا: $\frac{AG}{AC}=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$ و $\frac{AF}{AB}=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$

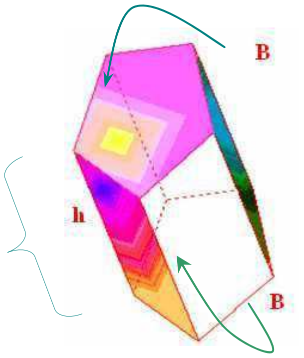
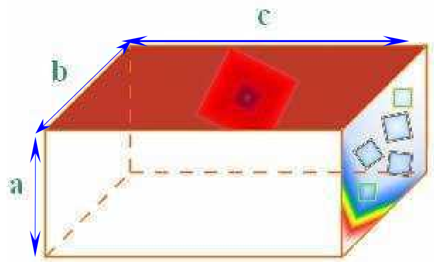
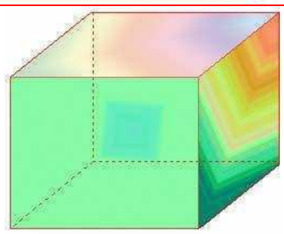
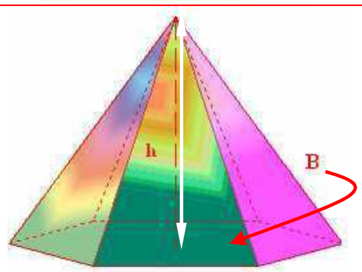
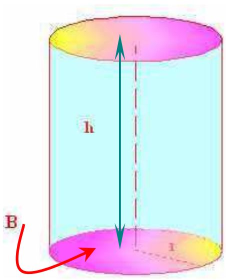
إذن: $\frac{AF}{AB}=\frac{AG}{AC}=\frac{1}{3}$

في الـمستوى (ABC)

* لديـنا: $F\in[AB]$ و $G\in[AC]$ و $\frac{AF}{AB}=\frac{AG}{AC}=\frac{1}{3}$

إذن: $(FG)//(BC)$. (ح . خ . ط . ع) .

5 ـ حساب الحجوم
خلاصة

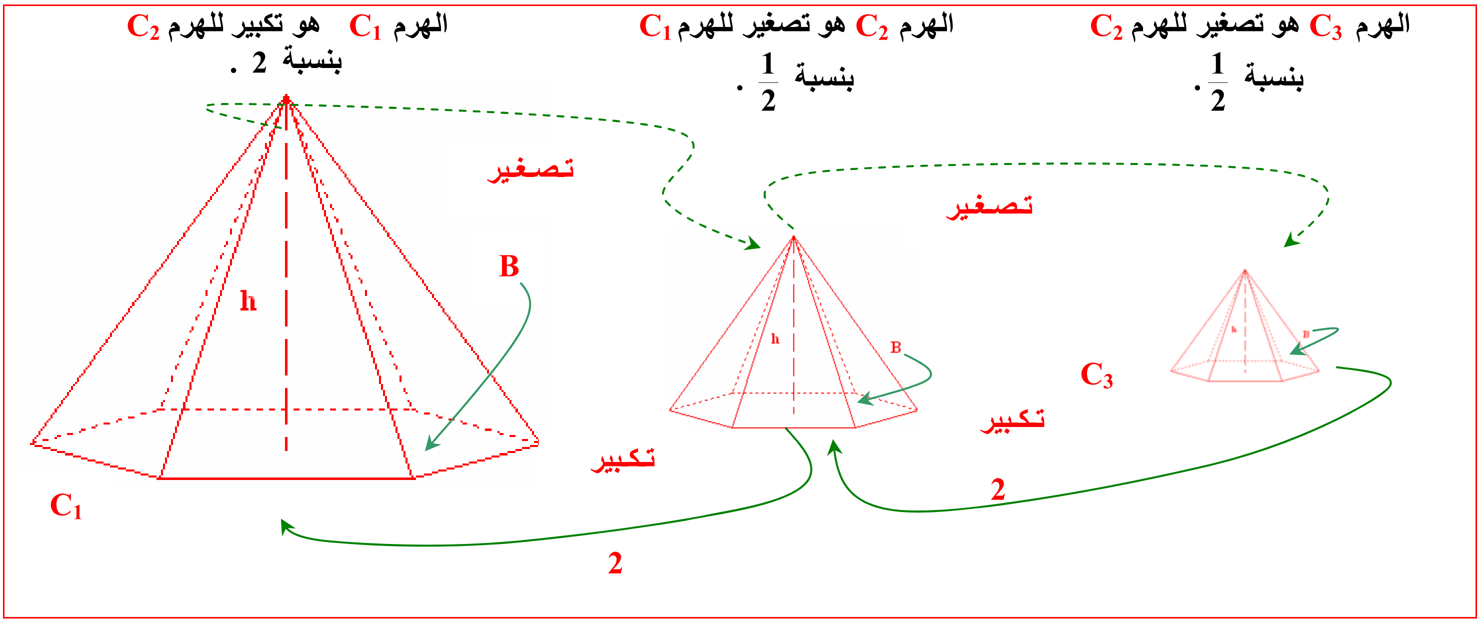
المجسم	تـعريفـه	حجمه V ومساحته الكلية S	
الموشور القائم	مجسم أوجهه الجانبية مستطيلات وقاعدته مضلعان متقايسان		$S=2B+ph$ $V=B\times h$ حيث: p و B محيط و مساحة القاعدة على التوالي . h : ارتفاع الموشور القائم.
متوازي المستطيلات	موشور قائم قاعدتاه مستطيلات متقايسة		$S=2(ab+bc+ca)$ $V=a\times b\times c$
المكعب	موشور قائم كل وجه من أوجهه مربع		$S=6a^2$ $V=a^3$
الهرم	مجسم أوجهه الجانبية مثلثات لها رأس مشترك وقاعدته مضلع		$V=\dfrac{B\times h}{3}$
الأسطوانة القائمة	[مجسم دوراني (يُوَلِّدُهُ) دوران مستقيم حول مستقيما يوازيه]؛ السطح الجاني (بعد النشر) مستطيل والقاعدتان قرصان متقايسان.		$S=2(\pi r^2+\pi rh)$ $S=2\pi r(r+h)$ $V=B\times h=\pi r^2h$

4 ـ تـكبير تـصغير
تعريف

انطلاقا من شكل نستخرج شكلا آخر يشابهه

وذالك بضرب أبعاده في عدد حقيقي k موجب قطعا ويخالف 1

مـثــــــال



مثال: إذا كان حجم الهرم C_1 هو $4cm^3$ فإن حجم الهرم C_2 هو $4\times\left(\frac{1}{2}\right)^3$.

و حجم الهرم C_3 هو $4\times\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)^3$.

ملاحظة

- نحصل على شكل مكبر إذا كان $1 < k$. نقول إننا قمنا بتكبير نسبته k .
- نحصل على شكل مصغر إذا كان $1 > k > 0$. نقول إننا قمنا بتصغير نسبته k .

5 ـ أثر التكبير والتصغير على المساحات والحجوم.

بصفة عامة

عند تكبير أو تصغير مجسم في الفضاء:
إذا ضربنا الأطوال في عدد k موجب قطعا فإن :
المساحات تضرب في k^2 .
الحجم يضرب في k^3.