

## المعلم في المستوى

فيما يلي المستوى منسوب لمعلم متعامد ممنظم

### تمرين 1

نعتبر النقط :  $A(2;5)$  و  $B(-4;0)$  و  $C(0;2)$  و  $D(-6;-3)$

1- حدد إحداثي كل من :  $\overrightarrow{AB}$  و  $\overrightarrow{CD}$

2- ما ذا تستنتج ؟

3- أنشئ النقط السابقة في معلم متعامد ممنظم  $(O, I, J)$

### تمرين 2

نعتبر النقط :  $A(2;5)$  و  $B(-4;0)$  و  $C(0;2)$  و  $D(-6;-3)$

1- حدد إحداثي كل من :  $E$  منتصف  $[BC]$  و  $F$  منتصف  $[AD]$

2- ما ذا تستنتج ؟

3- احسب  $AD$  و  $BC$

4- هل الرباعي  $ABDC$  مستطيل ؟ علل جوابك .

### تمرين 3

نعتبر النقط :  $A(-2\sqrt{3};\sqrt{3})$  و  $B(-1;-2)$  و  $C(1;2)$

بين أن المثلث  $ABC$  متساوي الأضلاع

### تمرين 4

نعتبر النقط :  $A(2;1)$  و  $B(0;-1)$  و  $C(-1;4)$

1- احسب  $BC$  و  $AB$  و  $AC$

2- بين أن المثلث  $ABC$  قائم الزاوية في النقطة  $A$

### تمرين 5

نعتبر النقط :  $A(-1;3)$  و  $B(2;-6)$  و  $C(0;3)$  و  $D(a;b)$

حدد العددين  $a$  و  $b$  لكي يكون الرباعي  $ABCD$  متوازي أضلاع

### تمرين 6

نعتبر النقط :  $A(-1;3)$  و  $B(2;-6)$

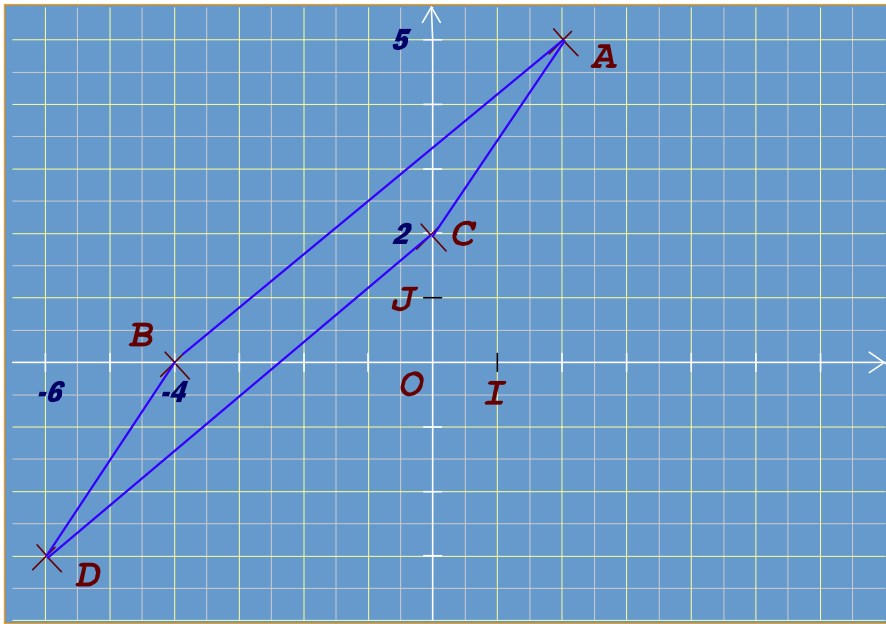
حدد العددين إحداثي النقطة  $K$  مماثلة النقطة  $A$  بالنسبة للنقطة  $B$

المعلم في المستوى - حلول

تعليق

انتبه

تمرين 1

$D(-6;-3)$ و $C(0;2)$ و $B(-4;0)$ و $A(2;5)$		
$\overrightarrow{CD}(x_D - x_C, y_D - y_C)$ $\overrightarrow{CD}(-6-0, -3-2)$ $\overrightarrow{CD}(-6, -5)$	$\overrightarrow{AB}(x_B - x_A, y_B - y_A)$ $\overrightarrow{AB}(-4-2, 0-5)$ $\overrightarrow{AB}(-6, -5)$	-1
$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ : بما أن لـ $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ نفس الإحداثيات فإن : بالتالي نستنتج أن : $ABDC$ متوازي أضلاع.		
		-3

تعليق

انتبه

تمرين 2

$D(-6;-3)$ و $C(0;2)$ و $B(-4;0)$ و $A(2;5)$		
<p>لدينا <math>F</math> منتصف <math>[AD]</math> إذن :</p> $y_F = \frac{y_A + y_D}{2} \text{ و } x_F = \frac{x_A + x_D}{2}$ <p>منه : <math>y_E = \frac{5 + (-3)}{2} = 1</math> و <math>x_F = \frac{2 + (-6)}{2} = -2</math> بالتالي : <math>F(-2;1)</math></p>	<p>لدينا <math>E</math> منتصف <math>[BC]</math> إذن :</p> $y_E = \frac{y_B + y_C}{2} \text{ و } x_E = \frac{x_B + x_C}{2}$ <p>منه : <math>y_E = \frac{0 + 2}{2} = 1</math> و <math>x_E = \frac{-4 + 0}{2} = -2</math> بالتالي : <math>E(-2;1)</math></p>	-1
$F$ و $E$ نفس الإحداثيات فهذا يعني أن لـ $[AD]$ و $[BC]$ نفس المنتصف بالتالي نستنتج أن : $ABDC$ متوازي أضلاع.		
<p>لدينا : <math>BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(0 - (-4))^2 + (2 - 0)^2} = \sqrt{(4)^2 + (2)^2} = \sqrt{16 + 4} = \sqrt{20}</math> و <math>AD = \sqrt{(x_D - x_A)^2 + (y_D - y_A)^2} = \sqrt{(-6 - 2)^2 + (-3 - 5)^2} = \sqrt{(-8)^2 + (-8)^2} = \sqrt{64 + 64} = \sqrt{128}</math></p>		-3
بما أن : $BC \neq AD$ فقطرا متوازي أضلاع $ABDC$ ليسا متقايسان، فهو إذن ليس بمستطيل		
-4		

### تمرين 3

انتبه ⚠️ ← تعليق

لدينا :  $A(-2\sqrt{3}; \sqrt{3})$  و  $B(-1; -2)$  و  $C(1; 2)$  ، لنبين أن المثلث  $ABC$  متساوي الأضلاع

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(-1 - (-2\sqrt{3}))^2 + (-2 - \sqrt{3})^2} = \sqrt{(2\sqrt{3} - 1)^2 + (2 + \sqrt{3})^2}$$

$$AB = \sqrt{4 \times 3 - 2 \times 2\sqrt{3} + 1 + 4 + 2 \times 2 \times \sqrt{3} + 3} = \sqrt{12 - 4\sqrt{3} + 1 + 4 + 4\sqrt{3} + 3} = \sqrt{20}$$

$$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(1 - (-1))^2 + (2 - (-2))^2} = \sqrt{(2)^2 + (4)^2} = \sqrt{4 + 16} = \sqrt{20} \quad \text{و}$$

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(1 - (-2\sqrt{3}))^2 + (2 - \sqrt{3})^2} = \sqrt{(1 + 2\sqrt{3})^2 + (2 - \sqrt{3})^2}$$

$$AC = \sqrt{1 + 4\sqrt{3} + 12 + 4 - 4\sqrt{3} + 3} = \sqrt{20}$$

إذن :  $AB = BC = AC$  ، بالتالي المثلث  $ABC$  متساوي الأضلاع

← نشر المتطابقة  $(-2 - \sqrt{3})^2 = (a + b)^2$  : استعملنا الخاصية :  $(-a - b)^2 = (a + b)^2$  لأن  $-a - b = -(a + b)$  ، بمعنى أن للعددين المتقابلين نفس المربع

### تمرين 4

انتبه ⚠️ ← تعليق

نعتبر النقط :  $A(2; 1)$  و  $B(0; -1)$  و  $C(-1; 4)$

$$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(-1 - 0)^2 + (4 - (-1))^2} = \sqrt{(-1)^2 + 5^2} = \sqrt{1 + 25} = \sqrt{26} \quad \text{لدينا}$$

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(0 - 2)^2 + (-1 - 1)^2} = \sqrt{(-2)^2 + (-2)^2} = \sqrt{4 + 4} = \sqrt{8} \quad \text{و} \quad -1$$

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(-1 - 2)^2 + (4 - 1)^2} = \sqrt{(-3)^2 + 3^2} = \sqrt{9 + 9} = \sqrt{18} \quad \text{و}$$

$$AC^2 = (\sqrt{18})^2 = 18 \quad \text{و} \quad AB^2 = (\sqrt{8})^2 = 8 \quad \text{و} \quad BC^2 = (\sqrt{26})^2 = 26 \quad \text{لدينا} : 2$$

$$AB^2 + AC^2 = 8 + 18 = 26 = BC^2 \quad \text{منه} :$$

إذن حسب مبرهنة فيثاغورس العكسية فإن : المثلث  $ABC$  قائم الزاوية في النقطة  $A$

### تمرين 5

انتبه ⚠️ ← تعليق

متوازي أضلاع  $ABCD$  متوازي أضلاع  $A(-1; 3)$  و  $B(2; -6)$  و  $C(0; 3)$  و  $D(a; b)$  ، لنحدد العددين  $a$  و  $b$  لكي يكون الرباعي  $ABCD$  متوازي أضلاع

لكي يكون  $ABCD$  متوازي أضلاع يجب أن يكون :  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$  أي يجب أن يكون للمتجهين  $\overrightarrow{AB}$  و  $\overrightarrow{DC}$  نفس الإحداثيات.

$$\overrightarrow{DC}(x_C - x_D, y_C - y_D) \quad \overrightarrow{AB}(x_B - x_A, y_B - y_A)$$

$$\overrightarrow{DC}(0 - a, 3 - b) \quad \text{و} \quad \overrightarrow{AB}(2 - (-1), -6 - 3) \quad \text{و لدينا} :$$

$$\overrightarrow{DC}(-a, 3 - b) \quad \overrightarrow{AB}(3, -9)$$

$$-b = -9 - 3$$

$$-b = -12 \quad \text{و} \quad a = -3 \quad \text{منه} : \quad 3 - b = -9 \quad \text{و} \quad -a = 3 \quad \text{إذن} :$$

$$b = 12$$

← متوازي أضلاع يعني :  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$  و ليس :  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$

لدينا  $K$  ممثلة النقطة  $A$  بالنسبة للنقطة  $B$  منه : منتصف  $[AK]$  ، لندد إحداثيتي  $K$  ممثلة النقطة  $A$  بالنسبة للنقطة  $B$  و  $B(2;-6)$  و  $A(-1;3)$

$$\begin{aligned}
 y_B &= \frac{y_A + y_K}{2} & x_B &= \frac{x_A + x_K}{2} \\
 -6 &= \frac{3 + x_K}{2} & 2 &= \frac{-1 + x_K}{2} \\
 \frac{-12}{2} &= \frac{3 + y_K}{2} & \text{و} & \frac{4}{2} = \frac{-1 + x_K}{2} & \text{منه :} \\
 -12 &= 3 + y_K & & 4 &= -1 + x_K \\
 -12 - 3 &= y_K & & 4 + 1 &= x_K \\
 -15 &= y_K & & 5 &= x_K
 \end{aligned}$$

بالتالي :  $K(5, -15)$