

تمتازين

ⵜⴰⴳⴷⴰⵏⵜ ⴰⴳⴷⴰⵏⵜ ⴰⴳⴷⴰⵏⵜ

ⵜⴰⴳⴷⴰⵏⵜ ⴰⴳⴷⴰⵏⵜ ⴰⴳⴷⴰⵏⵜ

ⴰⴳⴷⴰⵏⵜ ⴰⴳⴷⴰⵏⵜ ⴰⴳⴷⴰⵏⵜ



المملكة المغربية

وزارة التربية الوطنية

والتكوين المهني

الأكاديمية الجهوية للتربية والتكوين

جهة الدار البيضاء الكبرى

نيابة المحمدية

نظمت معادلتين من الدرجة 1 بمجهولين

المستوى : الثالثة ثانوي إعدادي

من إعداد الأستاذ : المهدي عيسى

تمارين ① :

(1) - حل جبريا النظمات الآتية :

(أ) -- باستعمال طريقة التعويض :

$$\begin{cases} 2x + y - 7 = 0 \\ -4x - 2y = -14 \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} x - 2y + 3 = 0 \\ 2x - 4y + 2 = 0 \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} 3x + y = 5 \\ 2x - 5y = 9 \end{cases}$$

(ب) -- باستعمال طريقة التآليفة الخطية :

$$\begin{cases} x + 2y - 1 = 0 \\ -2x - 4y + 2 = 0 \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} -3x + 2y = 1 \\ 6x - 4y + 5 = 0 \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} 2x + y = 3 \\ 3x - 2y - 2 = 0 \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} x + 2y = 1 \\ -x + 4y = 3 \end{cases}$$

(2) - حل مبيانيا النظمات الآتية :

$$\begin{cases} -x + y + 3 = 0 \\ 2x - y - 4 = 0 \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} -3x - 2y = -3 \\ 6x + 4y + 1 = 0 \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} 3x + y - 1 = 0 \\ 6x + 2y - 2 = 0 \end{cases}$$

تمارين ② :

قالت الأم لولدها : يوجد بمحفظتي 47 درهماً ؛ لو اشتريت 3 kg من الطماطم و 4 kg من البطاطس ، لبقى لدي 12 درهماً و لو اشتريت 2 kg من الطماطم و 8 kg من البطاطس لبقى لدي 5 دراهم .
ما هو ثمن الكيلوغرام من الطماطم و الكيلوغرام من البطاطس ؟

تمارين ③ :

$$(أ) -- حل جبريا النظمة : \begin{cases} x + y = 30 \\ 4x + 5y = 140 \end{cases}$$

(ب) -- اقتنت إحدى الإعداديات لخزانتها 30 قصة لمؤلفين إثنين ، ثمن القصة الواحدة للمؤلف الأول هو 40 درهماً و ثمن القصة الواحدة للمؤلف الثاني هو 50 درهماً .
إذا علمت أن الإعدادية أدت ما مجموعه 1400 درهماً ،
فما هو عدد القصص للمؤلف الأول و عدد القصص للمؤلف الثاني ؟

سلسلة تمارين

المملكة المغربية

وزارة التربية الوطنية

والتكوين المهني



الأكاديمية الجهوية للتربية والتكوين

جهة الدار البيضاء الكبرى

نيابة المحمدية

نظمت معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين

المستوى : الثالثة ثانوي إعدادي

من إعداد الأستاذ : المهدي عيسى

تمارين ①

(1) - لنحل جبرياً النظام الآتي :

(أ) - باستعمال طريقة التعويض :

$$* / \text{ حل النظام : } \begin{cases} 3x + y = 5 & (1) \\ 2x - 5y = 9 & (2) \end{cases}$$

-/ لنحدد y بدلالة x في المعادلة (1) :

$$3x + y = 5 \quad \text{يعني أن} \quad (3) \quad y = 5 - 3x$$

-/ لنعوض y بقيمتها في المعادلة (2) :

$$2x - 5y = 9 \quad \text{يعني أن} \quad 2x - 5(5 - 3x) = 9 \quad \text{و منه فإن} \quad 2x - 25 + 15x = 9$$

$$2x + 15x = 9 + 25$$

$$17x = 34$$

$$x = \frac{34}{17}$$

$$x = 2$$

-/ لنعوض x بقيمتها في المعادلة (3) :

$$y = 5 - 3x \quad \text{يعني أن} \quad y = 5 - 3 \times 2$$

$$y = 5 - 6$$

$$y = -1$$

و بالتالي حل هذه النظام هو الزوج $(2; -1)$

$$* / \text{ حل النظام : } \begin{cases} x - 2y + 3 = 0 & (1) \\ 2x - 4y + 2 = 0 & (2) \end{cases}$$

-/ لنحدد x بدلالة y في المعادلة (1) :

$$x - 2y + 3 = 0 \quad \text{يعني أن} \quad (3) \quad x = 2y - 3$$

-/ لنعوض x بقيمتها في المعادلة (2) :

$$2x - 4y + 2 = 0 \quad \text{يعني أن} \quad 2(2y - 3) - 4y + 2 = 0 \quad \text{و منه فإن} \quad 4y - 6 - 4y + 2 = 0$$

$$\text{أي} \quad 0y - 4 = 0 \quad \text{و منه فإن} \quad 0y = 4 \quad (\text{لا يمكن})$$

و بالتالي فإن هذه النظام ليس لها حل

$$/* \text{ حل النظام : } \begin{cases} 2x + y - 7 = 0 & (1) \\ -4x - 2y = -14 & (2) \end{cases}$$

-/ لنحدد y بدلالة x في المعادلة (1) :

$$2x + y - 7 = 0 \text{ يعني أن : } (3) \quad y = -2x + 7$$

-/ لنعوض y بقيمتها في المعادلة (2) :

$$\begin{aligned} -4x - 2y &= -14 \text{ يعني أن : } -4x - 2(-2x + 7) = -14 \text{ و منه فإن :} \\ -4x + 4x - 14 &= -14 \\ 0x &= -14 + 14 \\ 0x &= 0 \end{aligned}$$

و بالتالي فإن ما لا نهاية من الأزواج حلول هذه النظام.

(ب) - باستعمال طريقة التأييف الخطية :

$$/* \text{ حل النظام : } \begin{cases} x + 2y = 1 & (1) \\ -x + 4y = 3 & (2) \end{cases}$$

-/ بجمع المعادلتين (1) و (2) طرفا بطرف نحصل على ما يلي :

$$x + 2y - x + 4y = 1 + 3 \text{ يعني أن : } 6y = 4 \text{ و منه فإن : } y = \frac{4}{6} \text{ أي : } y = \frac{2}{3}$$

-/ بضرب طرفي المعادلة (1) في 2 نحصل على (3) $-2x - 4y = -2$

-/ بجمع المعادلتين (2) و (3) طرفا بطرف نحصل على ما يلي :

$$-x + 4y - 2x - 4y = 3 - 2 \text{ يعني أن : } -3x = 1 \text{ و منه فإن : } x = \frac{-1}{3}$$

و بالتالي الزوج $\left(\frac{-1}{3}; \frac{2}{3}\right)$ حل هذه النظام.

$$/* \text{ حل النظام : } \begin{cases} 2x + y = 3 & (1) \\ 3x - 2y - 2 = 0 & (2) \end{cases}$$

-/ بضرب طرفي المعادلة (1) في 2 نحصل على (3) $4x + 2y = 6$

-/ بجمع المعادلتين (2) و (3) طرفا بطرف نحصل على ما يلي :

$$3x - 2y - 2 + 4x + 2y = 6 \text{ يعني أن : } 7x - 2 = 6 \text{ و منه فإن : } 7x = 6 + 2 \text{ و بالتالي فإن : } x = \frac{8}{7}$$

$$\begin{cases} -6x - 3y = -9 & (4) \\ 6x - 4y - 4 = 0 & (5) \end{cases} \text{ في 2 طرفي المعادلة (2) نحصل على :}$$

-/ بجمع المعادلتين (4) و (5) طرفا بطرف نحصل على :

$$-6x - 3y + 6x - 4y - 4 = -9 \text{ يعني أن : } -7y = -9 + 4 \text{ و منه فإن : } y = \frac{-5}{-7} = \frac{5}{7}$$

و بالتالي الزوج $\left(\frac{8}{7}; \frac{5}{7}\right)$ حل هذه النظام.

$$/* \text{ حل النظام : } \begin{cases} -3x+2y=1 & (1) \\ 6x-4y+5=0 & (2) \end{cases}$$

/* بضرب طرفي المعادلة (1) في 2 نحصل على : (3) $-6x+4y=2$

/* بجمع المعادلتين (2) و (3) طرفا بطرف نحصل على :

$6x-4y+5-6x+4y=2$ يعني أن : $0x+0y=2$ لا يمكن و منه فإن هذه النظام ليس لها حل.

$$/* \text{ حل النظام : } \begin{cases} x+2y-1=0 & (1) \\ -2x-4y+2=0 & (2) \end{cases}$$

/* بضرب طرفي المعادلة (1) في 2 نحصل على : (3) $2x+4y-2=0$

/* بجمع المعادلتين (2) و (3) طرفا بطرف نحصل على :

$$-2x-4y+2+2x+4y-2=0 \text{ يعني أن : } 0x+0y=0$$

إذن ما لا نهاية من الأزواج حلول هذه النظام.

(2) - لنحل ميانيا النظام الآتية :

$$/* \text{ حل النظام : } \begin{cases} 3x+y-1=0 & (1) \\ 6x+2y-2=0 & (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} (D) : 3x+y-1=0 \\ (\Delta) : 6x+2y-2=0 \end{cases} \text{ نعتبر } (D) \text{ و } (\Delta) \text{ مستقيمين بحيث :}$$

$$\begin{cases} (D) : y=-3x+1 \\ (\Delta) : y=-3x+1 \end{cases} \text{ و منه لدينا :}$$

نلاحظ أن للمستقيمين (D) و (Δ) نفس الميل و نفس الأرتوب عند الأصل ، إذن : $(D) = (\Delta)$.
و بالتالي فإن : ما لا نهاية من الأزواج حلول هذه النظام.

$$/* \text{ حل النظام : } \begin{cases} -3x-2y=-3 \\ 6x+4y+1=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (D) : -3x-2y=-3 \\ (\Delta) : 6x+4y+1=0 \end{cases} \text{ نعتبر } (D) \text{ و } (\Delta) \text{ مستقيمين بحيث :}$$

$$\begin{cases} (D) : y = \frac{-3}{2}x + \frac{3}{2} \\ (\Delta) : y = \frac{-3}{2}x - \frac{1}{4} \end{cases} \text{ و منه لدينا :}$$

نلاحظ أن للمستقيمين (D) و (Δ) نفس الميل وليس هما نفس الأرتوب عند الأصل ، إذن $(D) // (\Delta)$.
و بالتالي فإن : هذه النظام ليس لها حل.

$$/* \text{ حل النظمة : } \begin{cases} -x+y+3=0 \\ 2x-y-4=0 \end{cases}$$

نعتبر (D) و (Δ) مستقيمين بحيث :

$$\begin{cases} (D) : -x+y+3=0 \\ (\Delta) : 2x-y-4=0 \end{cases}$$

و منه لدينا :

$$\begin{cases} (D) : y=x-3 \\ (\Delta) : y=-2x-4 \end{cases}$$

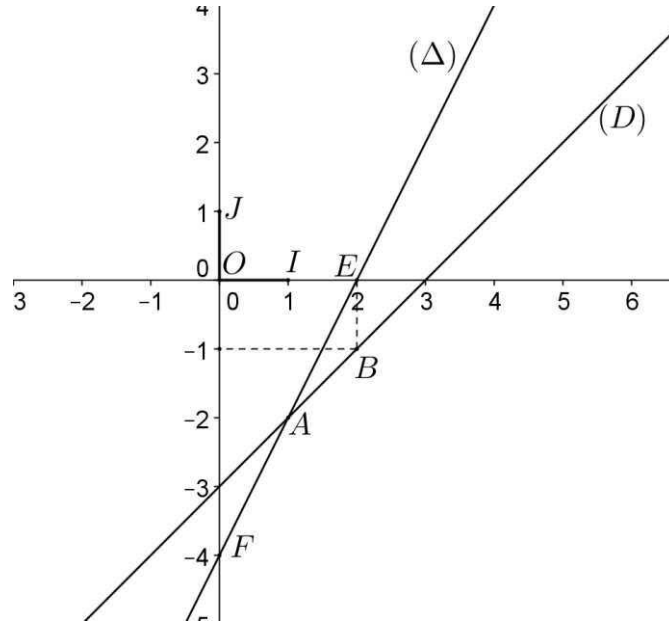
نلاحظ أن المستقيمين (D) و (Δ) ليس هُما نفس الخط ، إذن : (D) و (Δ) متقاطعان.
لنحدد إحداثيتي نقطة تقاطع (D) و (Δ) .

/* نعتبر المستوى منسوبا إلى معلم متعامد ممنظم $(O;I;J)$.

لتكن A و B نقطتين من (D) و E و F نقطتين من (Δ) بحيث :

x	2	0
y	0	-4
$M(x; y)$	$E(2;0)$	$F(0;-4)$

x	1	2
y	-2	-1
$M(x; y)$	$A(1;-2)$	$B(2;-1)$



نلاحظ من خلال إظهار أن المستقيمين (D) و (Δ) يتقاطعان في النقطة A .
و بالتالي فإن حل هذه النظمة هو زوج إحداثيتي A ، أي : $(1; -2)$.

تمرين ② :

(1) - اختيار المجهولين :

نعتبر x ثمن الكيلوغرام الواحد من الطماطم و y ثمن الكيلوغرام الواحد من البطاطس .

(2) - صياغة النظمة :

عند شراء 3 kg من الطماطم و 4 kg من البطاطس سيكون لدينا : $3x + 4y + 12 = 47$
و عند شراء 2 kg من الطماطم و 8 kg من البطاطس سيكون لدينا : $2x + 8y + 5 = 47$

$$\begin{cases} 3x + 4y + 12 = 47 \\ 2x + 8y + 5 = 47 \end{cases} \text{ إذن النظمة هي :}$$

(3) - حل النظمة :

$$\begin{cases} 3x + 4y = 47 - 12 \\ 2x + 8y = 47 - 5 \end{cases} \text{ النظمة تكافئ على التوالي :}$$

$$\begin{cases} 3x + 4y = 35 & (1) \\ x + 8y = 42 & (2) \end{cases}$$

*/ بضرب طرفي المعادلة (1) في (-2) نحصل على : (3) $-6x - 8y = -70$

*/ بجمع المعادلتين (2) و (3) طرفا بطرف نحصل على :

$$2x + 8y - 6x - 8y = 42 - 70 \quad \text{يعني أن} \quad -4x = -28 \quad \text{و منه فإن} \quad x = \frac{-28}{-4} \quad \text{أي} \quad x = 7$$

*/ لنعوض x بقيمتها في المعادلة (1) :

$$3x + 4y = 35 \quad \text{يعني أن} \quad 3 \times 7 + 4y = 35 \quad \text{و منه فإن} \quad 4y = 35 - 21 \quad \text{أي} \quad 4y = 14 \quad \text{و منه فإن} \quad y = \frac{14}{4} = \frac{7}{2}$$

و بالتالي الزوج $\left(7; \frac{7}{2}\right)$ هو حل هذه المتراجحة.

(4) - الرجوع إلى المسألة :

ثمن الكيلوغرام الواحد من الطماطم هو : 7 دراهم.

ثمن الكيلوغرام الواحد من البطاطس هو : $\frac{7}{2}$ درهما أي : 3 دراهم و نصف درهم.

تمرين ③ :

$$\begin{cases} x + y = 30 & (1) \\ 4x + 5y = 140 & (2) \end{cases} \text{ I_ حل النظمة :}$$

*/ لنحدد x بدلالة y في المعادلة (1) :

$$x + y = 30 \quad \text{يعني أن} \quad (3) \quad x = 30 - y$$

*/ لنعوض x بقيمتها في المعادلة (2) :

$$4x + 5y = 140 \text{ يعني أن } : 4(30 - y) + 5y = 140 \text{ و منه فإن } : 120 - 4y + 5y = 140$$

$$-4y + 5y = 140 - 120$$

$$y = 20$$

*/ لنعوض y بقيمتها في المعادلة (3) :

$$x = 30 - y \text{ يعني أن } : x = 30 - 20 \text{ و منه فإن } : x = 10$$

و بالتالي فإن حل هذه النظام هو الزوج : $(10; 20)$.

* * * * *

II _ حل المسألة :

(1) - اختيار المتجهولين :

نعتبر x عدد قصص المؤلف الأول و y عدد قصص المؤلف الثاني.

(2) - صياغة النظام :

عدد القصص التي إقتنتها مكتبة هو : $x + y = 30$
ثمن شراء القصص هو : $40x + 50y = 1400$

$$\begin{cases} x + y = 30 \\ 40x + 50y = 1400 \end{cases} \text{ إذن النظام هي :}$$

(3) - حل النظام :

$$\begin{cases} x + y = 30 \\ 4x + 5y = 140 \end{cases} \text{ هذه النظام تكافئ على التوالي :}$$

نلاحظ أن هذه النظام هي النظام أعلاه

و بالتالي فإن حلها هو الزوج : $(10; 20)$.

(4) - الرجوع إلى المسألة :

عدد قصص المؤلف الأول هو : 10 قصص

عدد قصص المؤلف الثاني هو 20 قصة.