

سلسلة 1 لمبرهنة فيثاغورس



تمرين 1 :

نعتبر المثلث ABC , أتمم ماييلي :

- أ- إذا كان المستقيمان (AB) و (AC) متعامدين فإن $BC^2 = \dots + \dots$
- ب- إذا كان $[AC]$ وتر المثلث ABC القائم الزاوية فإن : $AC^2 = \dots + \dots$
- ت- إذا كان $AB^2 = CA^2 + CB^2$ فإن المثلث ABC قائم الزاوية في ...

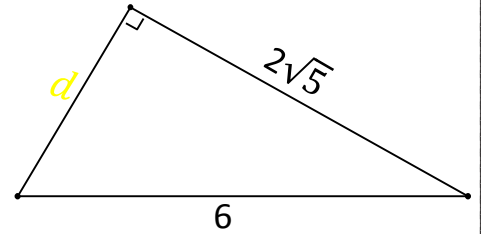
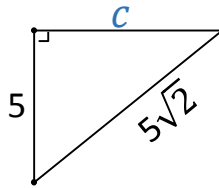
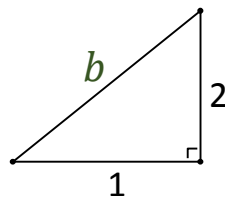
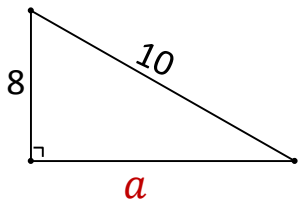
تمرين 2 :

ABC مثلث قائم الزاوية في A بحيث : $AB = 2$ و $AC = 3$
(1) أحسب BC

(2) إذا افترضنا أن ABC مثلث غير قائم الزاوية هل يمكن أن نطبق مبرهنة فيثاغورس لحساب BC

تمرين 3 :

أوجد طول الضلع الناقص a و b و c و d



تمرين 4 :

ABC مثلث بحيث :

$$AB = 3 + \sqrt{2} \text{ و } AC = 3 - \sqrt{2} \text{ و } BC = \sqrt{22}$$

(1) أحسب ماييلي : AB^2 و AC^2 و BC^2

(2) استنتج أن المثلث ABC قائم الزاوية

تمرين 5 :

سلم طوله 7 m مستنداً إلى منزل بحيث يبعد طرفه

الأسفل 2 m عن المنزل . أوجد ارتفاع المنزل ؟

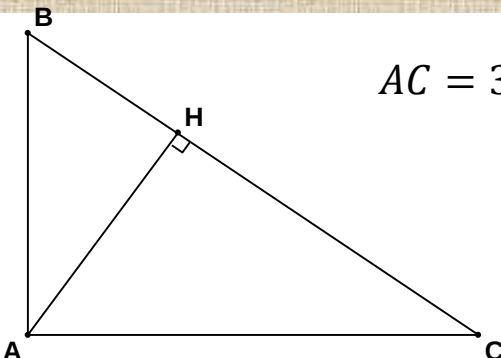


تمرين 6 :

ABC مثلث قائم الزاوية في A بحيث : $AB = 3\sqrt{2}$ و $AC = 3$

(1) بين أن : $BC = 3\sqrt{3}$

(2) أحسب AH و BH



حل السلسلة 1 لمبرهنة فيثاغورس



تمرين 1 :

نعتبر المثلث ABC , أتمم ماييلي :

أ- إذا كان المستقيمان (AB) و (AC)

متعامدين فإن $BC^2 = AB^2 + AC^2$

ب- إذا كان $[AC]$ وتر المثلث ABC القائم

الزاوية فإن : $AC^2 = BA^2 + BC^2$

ت- إذا كان $AB^2 = CA^2 + CB^2$

فإن المثلث ABC قائم الزاوية في C

تمرين 2 :

ABC مثلث قائم الزاوية في A

بحيث : $AB = 2$ و $AC = 3$

(1) أحسب BC

لدينا ABC مثلث قائم الزاوية في A

إذن حسب مبرهنة فيثاغورس المباشرة فإن :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$BC^2 = 2^2 + 3^2$$

$$BC^2 = 4 + 9$$

$$BC^2 = 13$$

$$BC = \sqrt{13}$$

(2) إذا افترضنا أن ABC مثلث غير قائم الزاوية هل

يمكن أن نطبق مبرهنة فيثاغورس لحساب BC

لا، لأن مبرهنة فيثاغورس تطبق فقط إذا كان المثلث قائم الزاوية .

تمرين 3 :

أوجد طول الضلع الناقص a و b و c و d

✓ إيجاد a :

لدينا المثلث قائم الزاوية

إذن حسب مبرهنة فيثاغورس المباشرة فإن :

$$10^2 = a^2 + 8^2$$

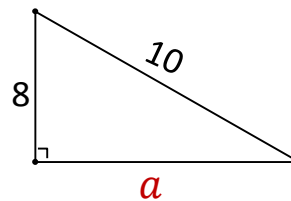
$$100 = a^2 + 64$$

$$a^2 = 100 - 64$$

$$a^2 = 36$$

$$a = \sqrt{36}$$

$$a = 6$$



✓ إيجاد b :

لدينا المثلث قائم الزاوية

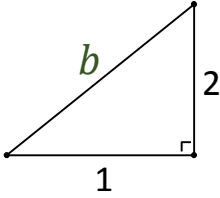
إذن حسب مبرهنة فيثاغورس المباشرة فإن :

$$b^2 = 1^2 + 2^2$$

$$b^2 = 1 + 4$$

$$b^2 = 5$$

$$b = \sqrt{5}$$



✓ إيجاد c :

لدينا المثلث قائم الزاوية

إذن حسب مبرهنة فيثاغورس المباشرة فإن :

$$(5\sqrt{2})^2 = c^2 + 5^2$$

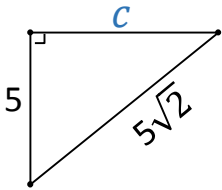
$$50 = c^2 + 25$$

$$c^2 = 50 - 25$$

$$c^2 = 25$$

$$c = \sqrt{25}$$

$$c = 5$$



✓ إيجاد d :

لدينا المثلث قائم الزاوية

إذن حسب مبرهنة فيثاغورس المباشرة فإن :

$$6^2 = d^2 + (2\sqrt{5})^2$$

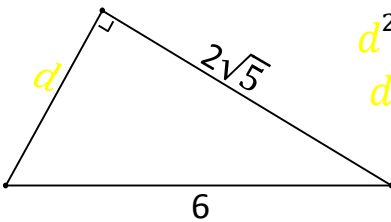
$$36 = d^2 + 20$$

$$d^2 = 36 - 20$$

$$d^2 = 16$$

$$d = \sqrt{16}$$

$$d = 4$$



تمرين 4 :

ABC مثلث بحيث : $AB = 3 + \sqrt{2}$ و

$BC = \sqrt{22}$ و $AC = 3 - \sqrt{2}$

(1) أحسب ماييلي :

AB^2 و AC^2 و BC^2

✓ نحسب AB^2 :

$$AB^2 = (3 + \sqrt{2})^2$$

$$= 3^2 + 2 \times 3 \times \sqrt{2} + \sqrt{2}^2$$

$$= 9 + 6\sqrt{2} + 2$$

$$= 11 + 6\sqrt{2}$$

$$BC^2 = 18 + 9$$

$$BC^2 = 27$$

$$BC = \sqrt{27} = \sqrt{9 \times 3} = \sqrt{9} \times \sqrt{3}$$

$$BC = 3\sqrt{3} \quad \text{إذن :}$$

(2) أحسب AH و BH

✓ **نحسب AH :**

لدينا ABC مثلث قائم الزاوية في A و النقطة H المسقط العمودي للنقطة A على (BC) إذن مساحة المثلث ABC بطريقتين مختلفتين هي :

$$S_{ABC} = \frac{AH \times BC}{2} \quad \text{أو} \quad S_{ABC} = \frac{AB \times AC}{2}$$

$$\frac{AH \times BC}{2} = \frac{AB \times AC}{2} \quad \text{يعني أن :}$$

$$AH \times BC = AB \times AC$$

$$AH = \frac{AB \times AC}{BC}$$

$$= \frac{3\sqrt{2} \times 3}{3\sqrt{3}}$$

$$= \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{3\sqrt{2} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}}$$

$$= \frac{3\sqrt{6}}{3}$$

$$AH = \sqrt{6} \quad \text{و بالتالي :}$$

✓ **نحسب BH :**

بما أن المثلث ABH قائم الزاوية في H

إذن حسب مبرهنة فيثاغورس المباشرة فإن :

$$AB^2 = AH^2 + BH^2$$

$$(3\sqrt{2})^2 = \sqrt{6}^2 + BH^2$$

$$18 = 6 + BH^2$$

$$BH^2 = 18 - 6$$

$$BH^2 = 12$$

$$BH = \sqrt{12}$$

$$BH = 2\sqrt{3}$$

✓ **نحسب AC :**

$$AC^2 = (3 - \sqrt{2})^2$$

$$= 3^2 - 2 \times 3 \times \sqrt{2} + \sqrt{2}^2$$

$$= 9 - 6\sqrt{2} + 2$$

$$= 11 - 6\sqrt{2}$$

✓ **نحسب BC :**

$$BC^2 = (\sqrt{22})^2$$

$$= 22$$

(2) استنتج أن المثلث ABC قائم الزاوية :

لدينا الوتر هو BC لأنه أكبر ضلع في المثلث ABC

$$AB^2 + AC^2 = 11 + 6\sqrt{2} - 11 + 6\sqrt{2} = 22$$

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \quad \text{يعني أن :}$$

إذن حسب مبرهنة فيثاغورس العكسية فإن :

المثلث ABC قائم الزاوية في A

تمرين 5 :

سلم طوله $7m$ مستنداً إلى منزل بحيث يبعد طرفه

الأسفل $2m$ عن المنزل. أوجد h ارتفاع المنزل ؟

لدينا ارتفاع المنزل متعامد مع سطح الأرض إذن يكونان زاوية قائمة .

إذن حسب مبرهنة فيثاغورس المباشرة فإن :

$$7^2 = 2^2 + h^2$$

$$49 = 4 + h^2$$

$$h^2 = 49 - 4$$

$$h^2 = 45$$

$$h = \sqrt{45}$$

$$h = 3\sqrt{5} m \quad \text{إذن ارتفاع المنزل هو :}$$

تمرين 6 :

ABC مثلث قائم الزاوية في A

بحيث : $AB = 3\sqrt{2}$ و $AC = 3$

(1) بين أن : $BC = 3\sqrt{3}$

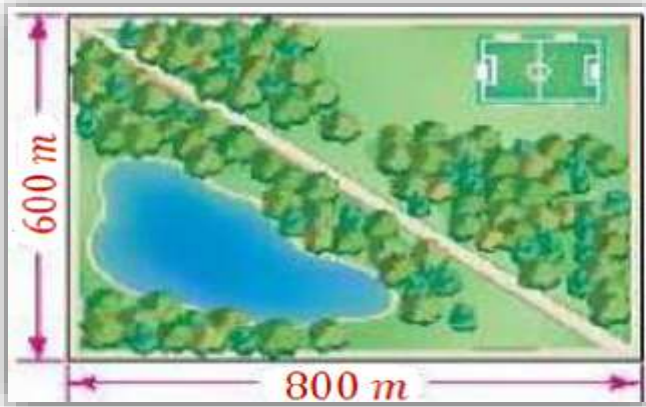
لدينا ABC مثلث قائم الزاوية في A

إذن حسب مبرهنة فيثاغورس المباشرة فإن :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$BC^2 = (3\sqrt{2})^2 + 3^2$$

سلسلة 2 لمبرهنة فيثاغورس



تمرين 1 :

في الصورة جانبه لدينا منتزه على شكل مستطيل .
أوجد r طول الطريق الموجود في المنتزه .

تمرين 2 :

حدد الحالة التي يكون فيها المثلث ABC قائم الزاوية .

أ- $AB = 4$ و $AC = 5$ و $BC = 6$

ب- $AB = 2$ و $AC = 4$ و $BC = 2\sqrt{3}$

ت- $AB = \sqrt{5}$ و $AC = 3\sqrt{2}$ و $BC = 2\sqrt{3}$

ث- $AB = 4$ و $AC = 8$ و $BC = 4\sqrt{3}$

تمرين 3 :

ABC مثلث بحيث : $AB = 3$ و $AC = 3\sqrt{2}$ و $BC = 3\sqrt{3}$

بين أن (AB) و (AC) متعامدان .

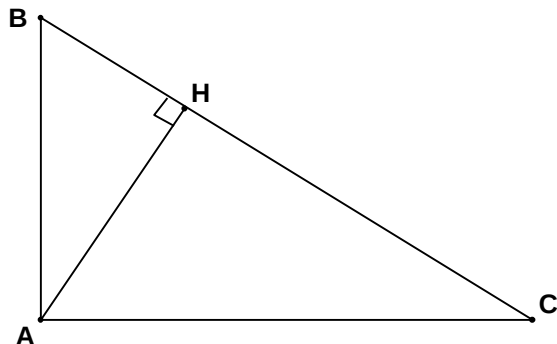
تمرين 4 :

$ABCD$ مربع حيث $AB = 10 \text{ cm}$ و I منتصف $[BC]$.

بين أن $AI = 5\sqrt{5}$

تمرين 5 :

نعتبر الشكل التالي حيث :



$AB = 2\sqrt{5}$ و $AC = 4\sqrt{5}$ و $BH = 2$

(1) أحسب AH و HC

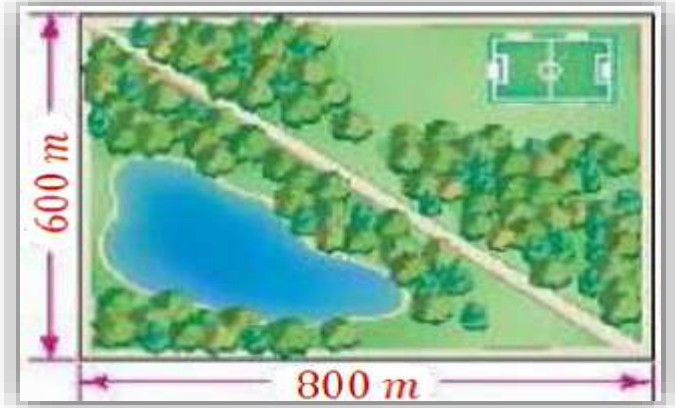
(2) بين أن المثلث ABC قائم الزاوية

حل سلسلة 2 لمبرهنة فيثاغورس



تمرين 1 :

في الصورة جانبه لدينا منتزه على شكل مستطيل .
أوجد r طول الطريق الموجود في المنتزه .



بما أن المنتزه عبارة عن مستطيل إذن بعده متعامدان.

إذن حسب مبرهنة فيثاغورس المباشرة فإن :

$$r^2 = 600^2 + 800^2$$

$$r^2 = 360000 + 640000$$

$$r^2 = 1000000$$

$$r = \sqrt{1000000}$$

$$r = \sqrt{(1000)^2}$$

$$r = 1000 \text{ m} = 1 \text{ km}$$

تمرين 2 :

حدد الحالة التي يكون فيها المثلث ABC قائم الزاوية .

أ- $AB = 4$ و $AC = 5$ و $BC = 6$

لدينا أكبر ضلع يساوي 6 إذن الوتر هو BC

$$BC^2 = 6^2 = 36 \quad \text{و لدينا}$$

$$AB^2 + AC^2 = 4^2 + 5^2 = 41 \quad \text{و}$$

$$BC^2 \neq AB^2 + AC^2 \quad \text{وبما أن}$$

إذن حسب مبرهنة فيثاغورس العكسية فإن :

المثلث ABC غير قائم الزاوية .

ب- $AB = 2$ و $AC = 4$ و $BC = 2\sqrt{3}$

$$AB^2 = 2^2 = 4 \quad \text{لدينا}$$

$$AC^2 = 4^2 = 16$$

$$BC^2 = (2\sqrt{3})^2 = 12$$

إذن الوتر هو AC لأنه أكبر ضلع في المثلث ABC

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 16 \quad \text{وبما أن}$$

إذن حسب مبرهنة فيثاغورس العكسية فإن :

المثلث ABC قائم الزاوية في B

$$BC = 2\sqrt{3} \quad \text{و} \quad AC = 3\sqrt{2} \quad \text{و} \quad AB = \sqrt{5} \quad \checkmark$$

$$AB^2 = (\sqrt{5})^2 = 5 \quad \text{لدينا}$$

$$AC^2 = (3\sqrt{2})^2 = 18$$

$$BC^2 = (2\sqrt{3})^2 = 12$$

إذن الوتر هو AC لأنه أكبر ضلع

$$AC^2 \neq AB^2 + BC^2 \quad \text{وبما أن}$$

إذن حسب مبرهنة فيثاغورس العكسية فإن :

المثلث ABC غير قائم الزاوية

$$BC = 8 \quad \text{و} \quad AC = 4 \quad \text{و} \quad AB = 4\sqrt{3} \quad \checkmark$$

$$AB^2 = (4\sqrt{3})^2 = 48 \quad \text{لدينا}$$

$$AC^2 = (4)^2 = 16$$

$$BC^2 = (8)^2 = 64$$

إذن الوتر هو AC لأنه أكبر ضلع في المثلث ABC

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 64 \quad \text{وبما أن}$$

إذن حسب مبرهنة فيثاغورس العكسية فإن :

المثلث ABC قائم الزاوية في A

تمرين 3 :

ABC مثلث بحيث : $BC =$

$$3\sqrt{3} \quad \text{و} \quad AC = 3\sqrt{2} \quad \text{و} \quad AB = 3$$

بين أن (AB) و (AC) متعامدان .

$$AB^2 = (3)^2 = 9 \quad \text{لدينا}$$

$$AC^2 = (3\sqrt{2})^2 = 18$$

$$BC^2 = (3\sqrt{3})^2 = 27$$

إذن الوتر هو BC لأنه أكبر ضلع في المثلث ABC

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 27 \quad \text{وبما أن}$$

إذن حسب مبرهنة فيثاغورس العكسية فإن :

المثلث ABC قائم الزاوية في A

وبالتالي (AB) و (AC) متعامدان

تمرين 4 :

$ABCD$ مربع حيث $AB = 10\text{ cm}$ و I منتصف $[BC]$.

بين أن $AI = 5\sqrt{5}$

بما أن $ABCD$ مربع
إذن جميع أضلاعه متقايسة

$$BI = \frac{BC}{2} = \frac{10}{2} = 5\text{ cm}$$

ولدينا المثلث ABI قائم الزاوية في B

إذن حسب مبرهنة فيثاغورس المباشرة فإن :

$$AI^2 = AB^2 + BI^2$$

$$AI^2 = 10^2 + 5^2$$

$$AI^2 = 125$$

$$AI = \sqrt{125} = \sqrt{25 \times 5}$$

$$AI = 5\sqrt{5}\text{ cm}$$

تمرين 5 :

نعتبر الشكل التالي حيث :

$$AB = 2\sqrt{5} \text{ و } AC = 4\sqrt{5} \text{ و } BH = 2$$

(1) أحسب AH و HC

✓ نحسب AH :

لدينا H المسقط العمودي ل A على (BC) إذن المثلث ABH قائم الزاوية في H

إذن حسب مبرهنة فيثاغورس المباشرة فإن :

$$AB^2 = BH^2 + AH^2$$

$$(2\sqrt{5})^2 = 2^2 + AH^2$$

$$20 = 4 + AH^2$$

$$AH^2 = 20 - 4$$

$$AH^2 = 16$$

$$AH = \sqrt{16}$$

$$AH = 4$$

✓ نحسب CH :

لدينا المثلث ACH قائم الزاوية في H

إذن حسب مبرهنة فيثاغورس المباشرة فإن :

$$AC^2 = AH^2 + CH^2$$

$$(4\sqrt{5})^2 = 4^2 + CH^2$$

$$64 = 16 + CH^2$$

$$CH^2 = 64 - 16$$

$$CH^2 = 48$$

$$CH = \sqrt{48} = \sqrt{16 \times 3}$$

$$CH = 4\sqrt{3}$$

ملاحظة :

✓ إذا كنتم تودون طباعة الملف PDF يجب أن

تضغطوا على تحميل بدون ألوان .

✓ إذا كنتم تودون فقط قراءة الملف PDF على

حاسوبكم أو هاتفكم اضغطوا على تحميل

بالألوان لأنها ألوان جميلة و لا تضر بالعين

عكس اللون الأبيض

✓ إذا كانت الصفحات كثيرة اطلبوا من صاحب

الطباعة أن يضع في كل صفحة صفتين حتى

لا تدفعوا مالا كثيراً، مثال : بدل أن تستخرج

6 ورقات ب 6 دراهم سوف تستخرج 3

أوراق ب 3 دراهم فقط .

بالتوفيق للجميع