الجذع المشترك العلمي و التكنولوجي	المعادلات و المتراجحات من الدرجة الأولى و النظمات	سلسلة 1

تمرين 1 : حل في IR المعادلات :

$2-x=-7x+14$ ، $\frac{x-1}{2}-\frac{2x-3}{4}=3$ ، $\sqrt{2}\,x+5=\sqrt{2}$ ، $|x-3|=4$ ، $|x+3|=|2x-1|$

$x(x-2)+3(x-2)=0$ ، $x^3-8+2x(x-2)=0$ ، $\sqrt{x^2+7}=4$

تمرين 2 : حل في IR المتراجحات و النظمات التالية :

$5x-1\leq 3x+11$ ، $-2x+1\geq x-3$ ، $\sqrt{2}\,x-5<\sqrt{3}\,x-4$ ، $|x-1|\leq\frac{1}{2}$ ، $|2x-3|\geq 1$

$\begin{cases}2x-3>2-3x\\5x-3\leq x+9\end{cases}$ ، $\begin{cases}\frac{x-3}{2}\leq 1\\x-6\leq 2(x-3)\end{cases}$ ، $\begin{cases}x\leq 8-3x\\2x>x+7\end{cases}$

تمرين 3 : حل في IR المتراجحات :

$(2x-3)(4-x)\geq 0$ ، $(5x-1)(3x+6)>0$ ، $4x^2-9<0$ ، $(2x+1)^2\leq(x+3)^2$

تمرين 4 :

1) حل في IR^2 المعادلات : $5x+y=3$ ، $x+7y-16=0$ ، $-5x+\sqrt{8}y+2=0$

2) من بين المعادلات السابقة ما هي المعادلة التي يكون الزوج $(-5,3)$ حلا لها ؟

تمرين 5 : $\boxed{\text{ـ مزيدا من التفكير ـ}}$

حل في IR المتراجحة : $3\leq|x+2|\leq 4$

سلسلة 1	المعادلات و المتراجحات من الدرجة الأولى و النظمات حلول مقترحة	الجذع المشترك العلمي و التكنولوجي

تمرين 1 :

لدينا : $2-x=-7x+14$
$-x+7x=-2+14$
$6x=12$
$x=\frac{12}{6}$
$x=2$
بالتالي : $\boxed{S=\{2\}}$

لدينا : $\frac{x-1}{2}-\frac{2x-3}{4}=3$
$\frac{2(x-1)}{4}-\frac{(2x-3)}{4}=\frac{12}{4}$
$2(x-1)-(2x-3)=12$
$2x-2-2x+3=12$
$1=12$
بالتالي: $\boxed{S=\phi}$

لدينا : $\sqrt{2}\,x+5=\sqrt{2}$
$\sqrt{2}\,x=\sqrt{2}-5$
$x=\frac{\sqrt{2}-5}{\sqrt{2}}$
$x=\frac{2-5\sqrt{2}}{2}$
بالتالي: $\boxed{S=\left\{\frac{2-5\sqrt{2}}{2}\right\}}$

لدينا : $|x-3|=4$
منه: $x-3=4$ أو $x-3=-4$
منه: $x=4+3$ أو $x=-4+3$
منه: $x=7$ أو $x=-1$
بالتالي: $\boxed{S=\{7,-1\}}$

لدينا : $|x+3|=|2x-1|$
منه: $x+3=2x-1$ أو $x+3=-(2x-1)$
منه: $x-2x=-1-3$ أو $x+3=-2x+1$
منه: $-x=-4$ أو $x+2x=1-3$
منه: $x=4$ أو $3x=-2$
منه: $x=4$ أو $x=\frac{-2}{3}$
بالتالي: $\boxed{S=\left\{4,\frac{-2}{3}\right\}}$

لدينا : $x(x-2)+3(x-2)=0$
منه: $(x-2)(x+3)=0$
منه: $x+3=0$ أو $x-2=0$
منه: $x=-3$ أو $x=2$
بالتالي : $\boxed{S=\{2,-3\}}$

لدينا : $x^3-8+2x(x-2)=0$
$x^3-2^2+2x(x-2)=0$
$(x-2)(x^2+2x+2^2)+2x(x-2)=0$
منه: $(x-2)(x^2+2x+4+2x)=0$
$(x-2)(x^2+4x+4)=0$
$(x-2)(x+2)^2=0$
منه: $x+2=0$ أو $x-2=0$
منه: $x=-2$ أو $x=2$
بالتالي: $\boxed{S=\{2,-2\}}$

لدينا : $\sqrt{x^2+7}=4$
$x^2+7=16$
منه: $x^2=16-7$
$x^2=9$
منه: $x=-3$ أو $x=3$
بالتالي: $\boxed{S=\{3,-3\}}$

نتذكر بالقواعد: $|x|=r$ تعني: $x=r$ أو $x=-r$ (حيث $r>0$) و $|x|=|y|$ تعني: $x=y$ أو $x=-y$
و $x^2=r$ تعني : $x=\sqrt{r}$ أو $x=-\sqrt{r}$ (حيث $r>0$) و $x^3-y^3=(x-y)(x^2+xy+y^2)$

تمرين 2 : حل في IR المتراجحات و النظمات التالية :

لدينا : $5x-1\leq 3x+11$ منه : $5x-3x\leq 1+11$ منه : $2x\leq 12$ منه : $x\leq\frac{12}{2}$ منه : $x\leq 6$ بالتالي: $\boxed{S=\left]-\infty,6\right]}$

لدينا : $-2x+1 \geq x-3$ منه : $-2x-x \geq -3-1$ منه : $-3x \geq -4$ منه : $3x \leq 4$ منه $x \leq \frac{4}{3}$ بالتالي: $\boxed{S = \left]-\infty, \frac{4}{3}\right]}$

لدينا : $\sqrt{2}\,x-5 < \sqrt{3}\,x-4$ منه : $\sqrt{2}\,x-\sqrt{3}\,x < -4+5$ منه : $\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)x < 1$ منه : $\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)x > -1$

منه : $x > \frac{-1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ منه : $x > \frac{-1\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)}{3-2}$ أي : $x > -\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)$ بالتالي: $\boxed{S = \left]-\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right), +\infty\right[}$

لاحظ أن $\sqrt{2}-\sqrt{3}$ عدد سالب و مقابله هو $\sqrt{3}-\sqrt{2}$

لدينا : $|x-1| \leq \frac{1}{2}$ منه : $\frac{-1}{2} \leq x-1 \leq \frac{1}{2}$ منه : $\frac{-1}{2}+1 \leq x \leq \frac{1}{2}+1$ منه : $\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{3}{2}$ بالتالي : $\boxed{S = \left[\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right]}$

لدينا : $|2x-3| \geq 1$ منه : ($2x-3 \geq 1$ أو $2x-3 \leq -1$) منه : ($x \geq 2$ أو $x \leq 1$)

بالتالي: $\boxed{S = \left]-\infty;1\right] \cup \left[2;+\infty\right[}$

لدينا : $\begin{cases} 2x-3 > 2-3x \\ 5x-3 \leq x+9 \end{cases}$ يعني : $\begin{cases} 5x > 5 \\ 4x \leq 12 \end{cases}$ يعني : $\begin{cases} x > 1 \\ x \leq 3 \end{cases}$ يعني: $1 < x \leq 3$ بالتالي : $\boxed{S = \left]1;3\right]}$

لدينا : $\begin{cases} \frac{x-3}{2} \leq 1 \\ x-6 \leq 2(x-3) \end{cases}$ يعني: $\begin{cases} x-3 \leq 2 \\ x-6 \leq 2x-6 \end{cases}$ يعني: $\begin{cases} x \leq 5 \\ -x \leq 0 \end{cases}$ يعني: $\begin{cases} x \leq 5 \\ x \geq 0 \end{cases}$ يعني: $0 \leq x \leq 5$

بالتالي: $\boxed{S = [0;5]}$

لدينا : $\begin{cases} x \leq 8-3x \\ 2x > x+7 \end{cases}$ يعني: $\begin{cases} x \leq 2 \\ x > 7 \end{cases}$ يعني: $7 < x \leq 2$ وهذا غير ممكن بالتالي: $\boxed{S = \phi}$

تمرين 3 :

لنحل في IR المتراجحة : $(2x-3)(4-x) \geq 0$

لدينا: $2x-3=0$ تعني : $x = \frac{3}{2}$ و $4-x=0$ تعني: $x=4$

منه جدول إشارات الحدودية : $(2x-3)(4-x)$ هو :

x	$-\infty$	$\frac{3}{2}$		4	$+\infty$
$2x-3$	-	0	+		+
$4-x$	+		+	0	-
$(2x-3)(4-x)$	-	0	+	0	-

وبالتالي حل المتراجحة : $(2x-3)(4-x) \geq 0$ هو: $\boxed{S = \left[\frac{3}{2};4\right]}$

للتذكير، لتحديد إشارة حدانية: $ax+b$ ، نبحث أولا عن جذرها أي نحل المعادلة: $ax+b=0$ ، فتكون لها نفس إشارة a يمين الجذر و عكس إشارة a يساره.

لاحظ أن: $4-x=-x+4$ أي أن: $a=-1<0$

لنحل في IR المتراجحة : $(5x-1)(3x+6) > 0$

لدينا: $5x-1=0$ تعني : $x=\frac{1}{5}$ و $3x+6=0$ تعني: $x=-2$ ، منه جدول إشارات الحدودية : $(5x-1)(3x+6)$ هو :

x	$-\infty$		-2		$\frac{1}{5}$		$+\infty$
$5x-1$		-		-	0	+	
$3x+6$		-	0	+		+	
$(5x-1)(3x+6)$		+	0	-	0	+	

و بالتالي حل المتراجحة: $(5x-1)(3x+6)>0$ هو: $\boxed{S=\left]-\infty;-2\right[\cup\left]\frac{1}{5};+\infty\right[}$

لنحل في IR المتراجحة: $4x^2-9<0$ أي: $(2x+3)(2x-3)<0$

لدينا: $2x+3=0$ تعني: $x=\frac{-3}{2}$ و $2x-3=0$ تعني: $x=\frac{3}{2}$، منه جدول إشارات الحدودية: $(2x+3)(2x-3)$ هو:

x	$-\infty$		$\frac{-3}{2}$		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$2x-3$		-		-	0	+	
$2x+3$		-	0	+		+	
$4x^2-9$		+	0	-	0	+	

و بالتالي حل المتراجحة: $4x^2-9<0$ هو: $\boxed{S=\left]\frac{-3}{2};\frac{3}{2}\right[}$

لنحل في IR المتراجحة: $(2x+1)^2\leq(x+3)^2$

لدينا: $(2x+1)^2\leq(x+3)^2$ تعني: $(2x+1)^2-(x+3)^2\leq 0$ تعني: $[(2x+1)-(x+3)][(2x+1)+(x+3)]\leq 0$

تعني: $(x-2)(3x+4)\leq 0$، و لدينا: $x-2=0$ تعني: $x=2$ و $3x+4=0$ تعني: $x=\frac{-4}{3}$

منه جدول إشارات الحدودية: $(x-2)(3x+4)\leq 0$ هو:

x	$-\infty$		$\frac{-4}{3}$		2		$+\infty$
$x-2$		-		-	0	+	
$3x+4$		-	0	+		+	
$(x-2)(3x+4)$		+	0	-	0	+	

و بالتالي حل المتراجحة: $(2x+1)^2\leq(x+3)^2$ هو: $\boxed{S=\left[\frac{-4}{3};2\right]}$

- إيجاد الجدول لا يعني نهاية الحل، بل يجب الرجوع للمتراجحة لتحديد المجال المناسب، فالكتابة ≤ 0 ... تعني البحث عن المجال الذي تكون فيه الحدودية سالبة و الحالة الأخرى عندما تكون موجبة.
- يمكنك البدء في الجدول بأي حدانية من حدانيتي الجذاء
- لحل متراجحة ليست من الدرجة الأولى يجب دائما جعل إحدى الطرفين منعدما و تعميل الطرف الآخر مثل المتراجحة أعلاه.

تمرين 4 :

1 لنحل في IR^2 المعادلة: $5x+y=3$

	لدينا: $5x+y=3$ تعني: $y=-5x+3$ بالتالي: $\boxed{S=\{x\in IR/\ y=-5x+3\}}$	
	لنحل في IR^2 المعادلة : $x+7y-16=0$ لدينا: $x+7y-16=0$ تعني: $x=-7y+16$ بالتالي: $\boxed{S=\{x\in IR/\ x=-7x+16\}}$	
	لنحل في IR^2 المعادلة : $-5x+\sqrt{8}y+2=0$ لدينا: $-5x+\sqrt{8}y+2=0$ تعني: $-5x=-\sqrt{8}y-2$ تعني: $x=\frac{\sqrt{8}}{5}y+\frac{2}{5}$ بالتالي: $\boxed{S=\left\{x\in IR/\ x=\frac{\sqrt{8}}{5}y+\frac{2}{5}\right\}}$	
2	إيجاد الحلول لمثل هذه المعادلات يعني لإيجاد أحد المجهولين بدلالة الآخر، و يمكنك الاختيار، لكن يستحسن اختيار الحالة التي نتجنب من خلالها الكسور مثل المثالين الأولين، أما المثال الثالث فحاولنا اختيار الحالة التي لا يكون فيها الجذر المربع في المقام الحلول هي عبارة عن مجموعة أزواج غير منتهية، لذلك يتم التعبير عنها باستعمال الكتابة بإدراك و ليس بتفصيل.	
	تمرين 5 : ـ مزيدا من التفكير ـ $3\le\|x+2\|\le4$ تعني : ($\|x+2\|\le4$ و $\|x+2\|\ge3$) تعني : ($-4\le x+2\le4$) و ($x+2\ge3$ أو $x+2\le-3$) تعني : ($-6\le x\le2$) و ($x\ge1$ أو $x\le-5$) تعني : $x\in[-6;2]\cap(]-\infty;-5]\cup[1;+\infty[)$ تعني : $x\in[-6;-5]\cup[1;2]$ بالتالي : $S=[-6;-5]\cup[1;2]$	
	أثناء الانتقال لتحديد مجال : "الواو" تصبح تقاطعا و "أو" تصبح اتحادا	