



تمارين التجاذب الكوني

تمرين 1:

- 1- احسب شدة قوتي التأثير البيني التجاذبي بين الشمس والأرض ، مثل متجهتي القوتين بسلم مناسب .
- 2- احسب شدة القوة التي تؤثر بها الشمس ثم الأرض على شخص كتلته $m=70\text{kg}$ يوجد على سطح الأرض .
- 3- ماذا تستنتج ؟
نعطي :
كتلة الأرض : $M_T=5,95.10^{24}\text{ kg}$
شعاع الأرض : $R_T=6\ 400\text{ km}$
كتلة الشمس : $M_S=1,99.10^{30}\text{ kg}$
المسافة بين مركزي الأرض والشمس : $d=1,5.10^8\text{ km}$
ثابتة التجاذب الكوني : $G=6,67.10^{-11}\text{ m}^3\text{kg}^{-1}\text{s}^{-2}$

تمرين 2:

- 1- احسب شدة القوة المطبقة على جسم (S) من طرف كوكب المريخ علما أن وزنه على سطح الأرض يساوي 500N ، والجسم (S) يوجد على سطح كوكب المريخ.
- 2- استنتج شدة الثقالة على سطح كوكب المريخ .
نعطي :
كتلة كوكب المريخ : $M_M=6,6.10^{23}\text{kg}$
شعاع كوكب المريخ : $R_M=3400\text{km}$
شدة الثقالة على سطح الأرض : $g_0=9,8\text{N.kg}^{-1}$
ثابتة التجاذب الكوني : $G=6,67.10^{-11}\text{ (S.I)}$

تمرين 3:

- تتغير شدة الثقالة g بالقرب من الأرض مع الارتفاع h .
- 1- بين أن الشدة g عند الارتفاع h ، تكتب : $g = g_0 \frac{R^2}{(R+h)^2}$
 - 2- احسب g عندما تكون $h=10^3\text{ km}$.
نعطي :
شعاع الأرض : $R=6400\text{ km}$
شدة الثقالة عند سطح الأرض : $g_0=9,8\text{N.kg}^{-1}$
 - 3- وزن جسم على سطح الأرض هو : $P_0=5.10^2\text{N}$.
1-3 احسب كتلة هذا الجسم .
2-3 احسب وزنه عند الارتفاع $h=10^3\text{km}$.



- 4- عندما يكون $h=2R$ بين أن : $P=\frac{P_0}{9}$.
5- ما الارتفاع h الذي تساوي فيه شدة الثقالة نصف قيمتها g_0 على سطح الأرض .

تمرين 4:

- 1- نعتبر جسمين نقطيين A و B كتلتاهما على التوالي $m_A=1\text{kg}$ و $m_B=4\text{kg}$ تفصل بينهما المسافة $d=2\text{m}$.
1-1- ذكر بقانون التجاذب الكوني .
2-1- أوجد مميزات قوى التجاذب بين A و B .
نعطي قيمة ثابتة التجاذب الكوني : $G=6,67.10^{-11}(\text{S.I})$.
2- نعتبر الأرض كروية الشكل شعاعها : $R_T=6400\text{km}$ وكتلتها M_T .
1-2- اعط تعبير شدة الثقالة g_0 على سطح الأرض بدلالة R_T و M_T و G .
2-2- اعط تعبير شدة الثقالة g عند الارتفاع h بدلالة R_T و h و g_0 .
3-2- ما هو وزن جسم (S) على ارتفاع $h=6400\text{km}$ من سطح الأرض علما أن وزنه على سطح الأرض هو $P_0=800\text{N}$ ماذا تستنتج؟

- 3- نعتبر مركبة فضائية نقطية (S') موجودة على المحور (أرض - قمر) على مسافة d_L من مركز القمر ، حيث تنعدم شدة القوى المطبقة على (S') من طرف الأرض والقمر .
أوجد المسافة d_L علما أن المسافة الفاصلة بين مركزي الأرض والقمر هي $M_T=81M_L$: نعطي $d=38.10^4\text{km}$ حيث M_T كتلة الأرض و M_L كتلة القمر .

تمرين 5:

- نعتبر جسما كتلته m يوجد على سطح كوكب كتلته M وشعاعه R .
1- اعط تعبير شدة قوة التجاذب الكوني التي يطبقها الكوكب على الجسم .
2- اعط تعبير شدة وزن هذا الجسم على سطح هذا الكوكب .
3- استنتج تعبير شدة الثقالة g_0 على سطح هذا الكوكب .
4- احسب شدة الثقالة في الحالتين :
أ- على سطح الأرض .
ب- على سطح كوكب المشتري .
نعطي :
شعاع الأرض : $R_T=6\ 400\ \text{km}$
كتلة الأرض : $M_T=6,0.10^{24}\ \text{kg}$
شعاع المشتري : $R_J=7,15.10^4\ \text{km}$
كتلة المشتري : $M_J=1,9.10^{27}\ \text{kg}$
ثابتة التجاذب الكوني : $G=6,67.10^{-11}(\text{S.I})$.
5- قارن وزن هذا الجسم على سطح المشتري بوزنه على سطح الأرض .

تمرين 6:



تتغير شدة الثقالة g ، بجوار سطح الأرض مع الارتفاع h حسب العلاقة التقريبية التالية : $g = g_0 - 3,08 \cdot 10^{-6} h$.

حيث g_0 شدة الثقالة على سطح الأرض قيمتها $g_0 = 9,81 \text{ N.kg}^{-1}$ حيث h يعبر عنها ب المتر .

1- احسب وزن جسم كتلته $m=70\text{kg}$ عند الارتفاع $h=10 \text{ km}$.

2- أوجد قيمة الارتفاع h الموافقة ل $g = 9,66 \text{ N.kg}^{-1}$.

تمرين 7:

1- يوجد جسم (C) كتلته $m=600\text{kg}$ على ارتفاع h_L من سطح القمر ذي الكتلة $M_L=7,3 \cdot 10^{22}\text{kg}$ والشعاع $R_L=1\ 738 \text{ km}$.

1-1- اعط تعبير شدة الثقالة g على علو h_L من سطح القمر بدلالة R_L و h_L و شدة الثقالة على سطح القمر g_0 .

1-2- استنتج قيمة الارتفاع h_L علما أن : $\frac{g}{g_0}=0,25$.

1-3- احسب الشدة F للقوة المطبقة على الجسم (C) من طرف القمر في حالة السؤال 1-2 .

2- نعتبر أن الجسم (C) يوجد عند نقطة M على ارتفاع $h'_L=36415\text{km}$ من سطح القمر .

تنتمي النقطة M الى المستقيم المار بمركزي الأرض والقمر ، بحيث تنعدم شدة مجموع القوى المطبقة على الجسم (C) من طرف الارض والقمر .

1-2- أوجد تعبير المسافة المتوسطة d التي تفصل بين مركزي الأرض

والقمر بدلالة R_L و h'_L و M_L و كتلة الأرض M_T .

2-2- احسب قيمة d علما أن $M_T=6 \cdot 10^{24}\text{kg}$.



تصحيح تمارين التجاذب الكوني

تمرين 1:

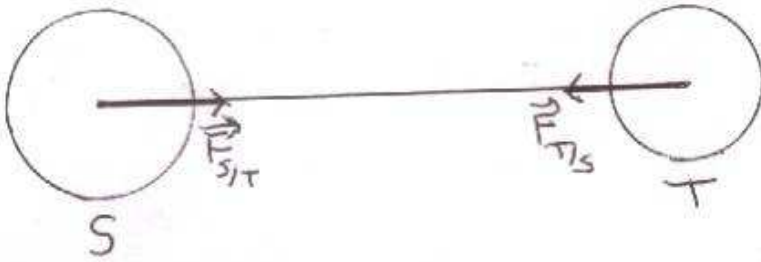
- 1- حساب شدة قوة التجاذب :
يعبر عن شدة قوة التجاذب بين الارض والشمس بالعلاقة :

$$F_{T/S} = F_{S/T} = F = G \frac{M_T M_S}{d^2}$$

$$F = 6,67 \cdot 10^{-11} \times \frac{5,95 \cdot 10^{24} \times 1,99 \cdot 10^{30}}{(1,5 \cdot 10^{11})^2} = 3,51 \cdot 10^{22} \text{N}$$

- للمتجهتين : $F_{S/T}$ و $F_{T/S}$ نفس الاتجاه ونفس الشدة ومنحيان متعاكسان للتمثيل نختار السلم :
1cm \rightarrow $2 \cdot 10^{22}$ N

$$L = \frac{3,51 \cdot 10^{22}}{2 \cdot 10^{22}} = 1,75 \text{cm} \quad \text{نمثل المتجهتين بسهم طوله} \quad L \rightarrow 3,51 \cdot 10^{22} \text{N}$$



- 2- حساب شدة القوة التي تطبقها الشمس على الشخص الموجود على سطح الأرض :

$$F_{S/C} = G \frac{M_S \cdot m}{(d - R_T)^2}$$

$$F_{S/C} = 6,67 \cdot 10^{-11} \times \frac{1,99 \cdot 10^{30} \times 70}{(1,5 \cdot 10^{11} - 6400 \cdot 10^3)^2} = 0,41 \text{N}$$

- حساب شدة القوة التي تطبقها الارض على الشخص الموجود على سطحها :

$$F_{T/C} = G \frac{M_T \cdot m}{R_T^2}$$

$$F_{T/C} = 6,67 \cdot 10^{-11} \times \frac{5,95 \cdot 10^{24} \times 70}{(6400 \cdot 10^3)^2} = 678,23 \text{N}$$

- 3- نهمل تأثير الشمس على شخص يوجد على سطح الارض أمام تأثير الأرض على الشخص .

تمرين 2:

- 1- حساب شدة القوة المطبقة على الجسم S من طرف المريخ :

$$m = \frac{P_0}{g_0} \quad \text{أي} \quad P_0 = mg_0 \quad \text{لدينا وزن الجسم على سطح الارض}$$

كما أن قانون التجاذب الكوني بين المريخ والجسم S يكتب :

$$F_M = G \frac{M_M \cdot m}{R_M^2} = G \frac{P_0 M_M}{g_0 R_M^2}$$

$$F = 6,67 \cdot 10^{-11} \times \frac{500 \times 6,6 \cdot 10^{23}}{9,8 \times (3400 \cdot 10^3)^2} = 194 \text{N}$$

- 2- استنتاج شدة الثقالة على سطح المريخ :

$$\left\{ \begin{array}{l} P_M = mg_M \\ P_0 = m g_0 \Rightarrow \frac{g_M}{g_0} = \frac{P_M}{P_0} \Rightarrow g_M = \frac{P_M}{P_0} g_0 = \frac{194}{500} \times 9,8 = 3,8 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1} \end{array} \right.$$

تمرين 3:

$$g = g_0 \frac{R^2}{(R+h)^2} \text{ : اثبات التعبير -1}$$

نعلم أن شدة قوة التجاذب الكوني التي تطبقها الأرض على جسم تساوي وزنه نكتب :

$$(1) \quad \begin{cases} P_0 = mg_0 & \Rightarrow P_0 = F_0 \Rightarrow mg_0 = G \frac{M.m}{R^2} \Rightarrow g_0 = G \frac{M}{R^2} \\ F_0 = G \frac{M.m}{R^2} \end{cases}$$

عند الارتفاع h :

$$(2) \quad \begin{cases} P = mg \\ F = G \frac{M.m}{(R+h)^2} \end{cases} \Rightarrow P = F \Rightarrow mg = G \frac{M.m}{(R+h)^2} \Rightarrow g = G \frac{M}{(R+h)^2}$$

من العلاقتين (1) و (2) نستنتج :

$$\begin{cases} GM = g_0 R^2 \\ GM = g(R+h)^2 \end{cases} \Rightarrow g(R+h)^2 = g_0 R^2 \Rightarrow g = g_0 \frac{R^2}{(R+h)^2}$$

-2 حساب g عند $h = 10^3 \text{ km}$:

$$g = 9,8 \times \frac{(6400 \cdot 10^3)^2}{(6400 \cdot 10^3 + 10^6)^2} = 7,33 \text{ N.kg}^{-1}$$

-3 1-3 حساب كتلة الجسم :

$$\text{لدينا : } P_0 = mg_0 = 51 \text{ kg} \Rightarrow m = \frac{P_0}{g_0} = \frac{500}{9,8}$$

2-3 حساب الوزن عند الارتفاع h :

$$\text{لدينا : } P = mg = 51 \times 7,33 = 372,3 \text{ N}$$

-4 اثبات التعبير $P = \frac{P_0}{9}$ عندما يكون $h = 2R$

$$P = mg = mg_0 \cdot \frac{R^2}{(R+h)^2}$$

نعلم أن : $P_0 = mg_0$ و $h = 2R$ تكتب العلاقة السابقة :

$$P = P_0 \frac{R^2}{(R+2R)^2} = P_0 \frac{R^2}{(3R)^2} = P_0 \frac{R^2}{9R^2}$$

$$P = \frac{P_0}{9}$$

-5 نبحث عن h علماً أن $g = \frac{g_0}{2}$

$$g = g_0 \frac{R^2}{(R+h)^2} = \frac{g_0}{2}$$

$$\left(\frac{R}{R+h}\right)^2 = \frac{1}{2}$$

$$\frac{R}{R+h} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$R\sqrt{2} = R+h$$

$$h = R\sqrt{2} - R$$

$$h = R(\sqrt{2} - 1)$$

$$h = 6,4 \cdot 10^3 (\sqrt{2} - 1) = 2,65 \cdot 10^3 \text{ km}$$

تمرين 4:

-1 -1-1 نص القانون :



تتجاذب الاجسام بسبب كتلتها فيطبق بعضها على بعض قوى تجاذبية .
لقوتي التجاذب بين جسمين (A) و (B) كتلتاهما m_A و m_B تفصلهما المسافة d :

$$F_{A/B} = F_{B/A} = G \cdot \frac{m_A m_B}{d^2} \quad \text{نكتب :}$$

1-2- للقوتين $F_{A/B}$ و $F_{B/A}$:

- نفس الاتجاه .
- منحيان متعاكسان .
- ونفس الشدة .

نذكر أن المسافة d تفصل بين الجسمين النقطيان وإذا كان الجسمان كرويين ، فإن المسافة d تفصل بين مركزي الكرتين .

2-1-2- تعبير شدة الثقالة على سطح الأرض :

شدة قوة التجاذب بين جسم كتلته m يوجد على سطح الأرض والأرض :

$$F = G \cdot \frac{m \cdot M_T}{R_T^2}$$

تعبير وزن الجسم على سطح الأرض :

$$P_0 = mg_0$$

بما أن شدة القوتين F و P_0 متساويتان نكتب :

$$F = P_0$$

$$mg_0 = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T^2}$$

$$g_0 = G \cdot \frac{M_T}{R_T^2} \quad (1)$$

2-2- تعبير شدة الثقالة عند الارتفاع h :

$$\begin{cases} F = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(R_T + h)^2} \\ P = mg \end{cases} \Rightarrow mg = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(R_T + h)^2} \Rightarrow g = G \cdot \frac{M_T}{(R_T + h)^2} \quad (2)$$

لدينا من العلاقة (1) $GM = g_0 \cdot R_T^2$ نعوض في العلاقة (2) نحصل على :

$$g = g_0 \cdot \frac{R_T^2}{(R_T + h)^2}$$

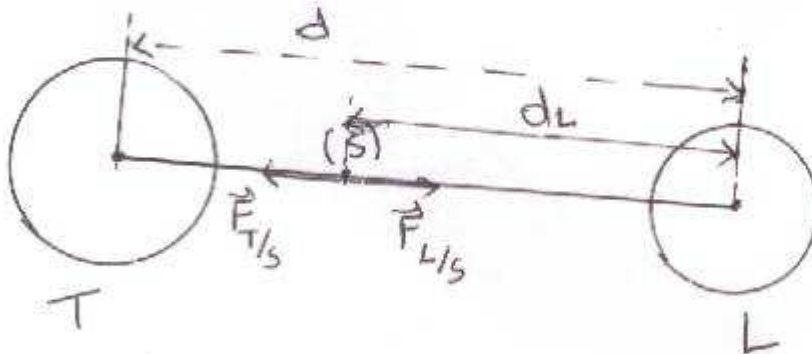
2-3- وزن الجسم عند الارتفاع $h = 6400 \text{ km}$:

نلاحظ أن : $R_T = h$ ونعلم أن : $P = mg$

$$P = mg = g_0 \cdot \frac{R_T^2}{(R_T + h)^2} \cdot m = mg_0 \cdot \frac{R_T^2}{(R_T + h)^2}$$

$$P = P_0 \cdot \frac{R_T^2}{(R_T + h)^2} = P_0 \cdot \frac{R_T^2}{(R_T^2 + R_T^2)^2} = P_0 \cdot \frac{R_T^2}{4R_T^2} = \frac{P_0}{4} = \frac{800}{4} = 200 \text{ N}$$

3- عندما تكون شدة القوة $F_{L/S}$ التي يطبقها القمر على القمر الاصطناعي تساوي القوة $F_{S/T}$ التي تطبقها الأرض على القمر فان القوتان تتوازنان كل منهما تبطل مفعول الأخرى .



المسافة بين مركزي الأرض والقمر d
المسافة بين مركز الأرض والقمر الاصطناعي هي : $d - d_L$



d_L : المسافة الفاصلة بين مركز القمر والقمر الاصطناعي :

شدة قوة التجاذب بين الارض والقمر الاصطناعي :

$$F_{T/S} = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(d-d_L)^2}$$

شدة قوة التجاذب بين القمر والقمر الاصطناعي :

$$F_{L/S} = G \cdot \frac{M_L \cdot m}{d_L^2}$$

للقوتين نفس الشدة نفس الاتجاه ومنحيين متعاكسان :

$$F_{T/S} = F_{L/S}$$

$$G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(d-d_L)^2} = G \cdot \frac{M_L \cdot m}{d_L^2}$$

$$\frac{M_T}{(d-d_L)^2} = \frac{M_L}{d_L^2}$$

$$\frac{81M_L}{(d-d_L)^2} = \frac{M_L}{d_L^2}$$

$$\frac{9^2}{(d-d_L)^2} = \frac{1}{d_L^2}$$

$$\sqrt{\left(\frac{9}{d-d_L}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{d_L^2}}$$

$$\frac{9}{d-d_L} = \frac{1}{d_L}$$

$$9d_L = d - d_L$$

$$9d_L - d_L = d$$

$$8d_L = d$$

$$d_L = \frac{d}{8} = \frac{38.10^4}{8} = 4,75.10^4 \text{ km}$$

تمرين 5:

1- تعبير شدة التجاذب الكوني التي يطبقها الكوكب على الجسم :

$$F = G \frac{M \cdot m}{R^2}$$

2- تعبير شدة وزن الجسم :

$$P_0 = mg_0$$

3- استنتاج تعبير شدة الثقالة على سطح الكوكب :

$$P_0 = F \quad \text{لدينا} \quad \text{أي} :$$

$$mg_0 = G \frac{M \cdot m}{R^2}$$

$$g_0 = G \frac{M}{R^2}$$

4- حساب شدة الثقالة :

أ- على سطح الأرض :

$$g_{0T} = G \cdot \frac{M_T}{R_T^2} = 6,67.10^{-11} \times \frac{6.10^{24}}{(6400.10^3)^2} = 9,77 \text{ N.kg}^{-1}$$

ب- على سطح المشتري :

$$g_{0J} = G \cdot \frac{M_J}{R_J^2} = 6,67.10^{-11} \times \frac{1,9.10^{27}}{(7,15.10^7)^2} = 24,79 \text{ N.kg}^{-1}$$

5- لمقارنة وزن الجسم على سطح الأرض بوزنه على سطح المشتري ، نحسب النسبة $\frac{P_{0J}}{P_{0T}}$ مع :

$$\begin{cases} P_{0J} = mg_{0J} \\ P_{0T} = mg_{0T} \end{cases} \Rightarrow \frac{P_{0J}}{P_{0T}} = \frac{g_{0J}}{g_{0T}} = \frac{24,79}{9,77} = 2,54$$

وزن الجسم على سطح المشتري يفوق مرتين ونصف وزنه على سطح الارض .

تمرين 6:

1- تعبير وزن الجسم عند الارتفاع h :
نعلم أن : $P=mg$ مع
 $m = 70\text{kg}$ كتلة الجسم .

و g شدة الثقالة عند الارتفاع h و تعبيرها هو : $g = g_0 - 3,08 \cdot 10^{-6}h$ حيث $h = 10 \cdot 10^3\text{m}$

$$P = 70 \times (9,81 - 3,08 \cdot 10^{-6} \times 10 \cdot 10^3) = 684,5\text{N} \quad \text{ت.ع: } P = m(g_0 - 3,08 \cdot 10^{-6}h)$$

2- حساب h الموافقة ل $g = 9,66\text{N} \cdot \text{kg}^{-1}$
حسب العلاقة : $g = g_0 - 3,08 \cdot 10^{-6}h$
 $3,08 \cdot 10^{-6}h = g_0 - g$

$$h = \frac{g_0 - g}{3,08 \cdot 10^{-6}}$$

$$h = \frac{9,81 - 9,66}{3,08 \cdot 10^{-6}} = 48701\text{m} = 48,7\text{km}$$

تمرين 7:

1-1- تعبير شدة الثقالة g :

$$g = g_0 \cdot \frac{R_L^2}{(R_L + h_L)^2}$$

2-1- استنتاج قيمة الارتفاع h_L :

$$\text{لدينا : } \frac{g}{g_0} = 0,25 = \frac{1}{4} \quad \text{أي : } g_0 = 4g$$

$$g_0 = 4 \cdot g_0 \cdot \frac{R_L^2}{(R_L + h_L)^2}$$

$$1 = 4 \cdot \frac{R_L^2}{(R_L + h_L)^2}$$

$$(R_L + h_L)^2 = 4 \cdot R_L^2$$

$$\sqrt{(R_L + h_L)^2} = \sqrt{4R_L^2}$$

$$R_L + h_L = 2R_L$$

$$h_L = 2R_L - R_L = R_L = 1738\text{km}$$

3-1- حساب شدة القوة المطبقة من طرف القمر على الجسم (C) .

$$F = G \cdot \frac{M_L \cdot m}{(R_L + h_L)^2} = G \cdot \frac{M_L \cdot m}{(2R_L)^2}$$

$$F = 6,67 \cdot 10^{-11} \times \frac{7,3 \cdot 10^{22} \times 600}{(2 \times 1738 \cdot 10^3)^2} = 242\text{N}$$

2- 1-2- تعبير المسافة المتوسطة بين بين مركزي الأرض والقمر :

$$F_{L/C} = G \cdot \frac{m \cdot M_L}{d_L^2}$$

تعبير شدة القوة $F_{L/C}$ التي يطبقها القمر على الجسم (C) :

حيث d_L المسافة بين مركز القمر والجسم C أي : $d_L = R_L + h'_L$

$$F_{T/C} = G \cdot \frac{m \cdot M_T}{(d - d_L)^2}$$

تعبير شدة القوة $F_{T/C}$ التي تطبقها الأرض على الجسم C :

حيث $d - d_L$ - المسافة بين مركز الأرض والجسم C .

d المسافة بين مركزي الأرض والقمر .

للقوتين نفس الشدة : $F_{T/C} = F_{L/C}$



$$G \cdot \frac{m \cdot M_T}{(d-d_L)^2} = G \cdot \frac{m \cdot M_L}{d_L^2}$$

$$\frac{M_T}{(d-d_L)^2} = \frac{M_L}{d_L^2}$$

$$\frac{M_T}{M_L} = \left(\frac{d-d_L}{d_L}\right)^2$$

$$\frac{d-d_L}{d_L} = \sqrt{\frac{M_T}{M_L}}$$

$$d-d_L = d_L \cdot \sqrt{\frac{M_T}{M_L}}$$

$$d = d_L + d_L \sqrt{\frac{M_T}{M_L}}$$

$$d = d_L \left(1 + \sqrt{\frac{M_T}{M_L}}\right)$$

نعوض d_L بتعبيرها : $d_L = R_L + h'_L$ نحصل على :

$$d = (R_L + h'_L) \left(1 + \sqrt{\frac{M_T}{M_L}}\right)$$

2-2- حساب d :

$$d = (1738 + 36415) \times \left(\sqrt{\frac{6 \cdot 10^{24}}{7,3 \cdot 10^{22}} + 1}\right)$$

$$d = 38,4 \cdot 10^4 \text{ km}$$