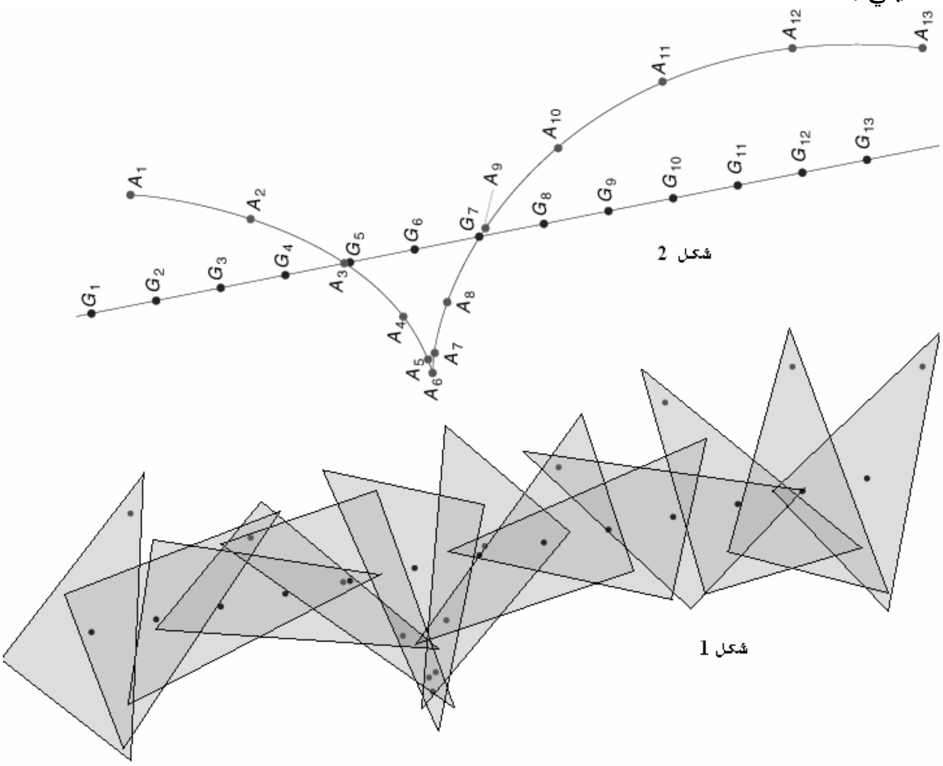
تمارين حول مبدأ القصور ومركز القصور

تمرين 1

نعتبر صفيحة مثلثية في حركة فوق منضدة هوائية أفقية .

يمثل الشكل 1 مواضع الصفيحة بعد مدد زمنية متتالية ومتساوية $\tau = 20\ ms$ ، ويمثل الشكل 2 تسجيل حركة نقطتين A و G من الصفيحة بالسلم الحقيقي .



شكل 2

شكل 1

1- بين أن النقطة G ، تمثل مركز قصور الصفيحة.

2- حدد سرعة الحركة الإجمالية للصفيحة.

3- أحسب سرعة النقطة A عند مرورها من الموضع A_3 .

4- حدد طبيعة الحركة الذاتية للصفيحة. عين سرعتها باعتبار A .

تمرين 2

شاحنة متوقفة تحمل قطعة جليد كتلتها m=20kg .

1 – أجرد القوى المطبقة على قطعة الجليد .

2 – هل يتحقق مبدأ القصور بالنسبة للمرجع الأرضي ؟ ثم بالنسبة لمرجع مرتبط بالشاحنة ؟ ماذا يمكن أن نقول عن المرجعين السابقين ؟

3 – تنطلق الشاحنة فتنزلق قطعة الجليد إلى الوراء ، فسر الظاهرة المشاهدة . (الاحتكاكات مهملة)

تمرين3

يجلس تلميذ على مقعد حافلة النقل المدرسي التي تسير على طريق مستقيمي بسرعة ثابتة V=40km/h .

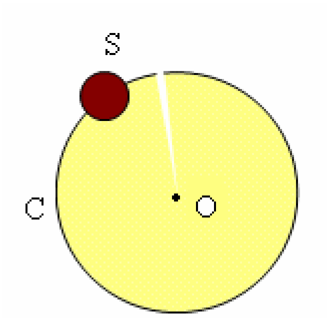
1 – أذكر بالنسبة ، لمعلم مرتبط بالأرض ، القوى التي تؤثر على التلميذ وما العلاقة بينها ؟ علل جوابك .

2 – نفس السؤال إذا كانت سرعة الحافلة V'=60km/h .

3 – أثناء كبح فرامل الحافلة يندفع التلميذ إلى الأمام .

3 – 1 حدد في هذه الحالة ، القوى المؤثرة على التلميذ للمعلم نفسه . لماذا اندفع التلميذ إلى الأمام ؟

تمرين 4



نربط حاملا ذاتيا بخيط غير قابل الامتداد، طوله ℓ إلى المنضدة الأفقية ، تم نرسل الحامل الذاتي بحيث يبقى الخيط ممدودا حيث تكون سرعة مركز قصوره ثابتة V_G=3m/s .

1 – هل تتوازن القوى المطبقة على الحامل الذاتي ؟ علل جوابك استنتج طبيعة حركة مركز القصور الحامل الذاتي.

2 – في لحظة معينة نقطع الخيط الذي يربط الحامل الذاتي بالمنضدة:

2–1 هل تغيرت حركة مركز القصور للحامل الذاتي ؟ ما هي طبيعتها ؟ علل الجواب .

2 – 2 ما قيمة سرعة مركز القصور للحامل الذاتي ؟

Allal mahdade

تمرين 5

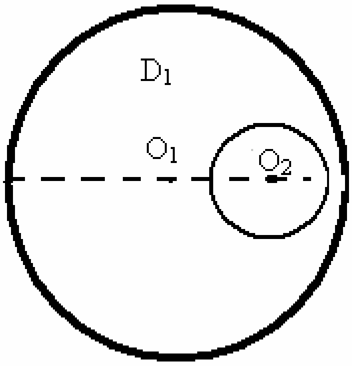
يتكون جسم صلب من كويرة S كتلتها $m_1=10g$ مثبتة إلى قرص متجانس C ، كتلته $m_2=500g$ وشعاعه $R=50cm$. أوجد مركز قصور المجموعة {كويرة ـ قرص } .

تمرين 6

قرص D_1 متجانس سمكه صغير وقطره d_1 ومركزه O_1 . يوجد به ثقب دائري قطره d_2 ومركزه O_2 كما يوضح الشكل

أوجد مركز قصور القرص .

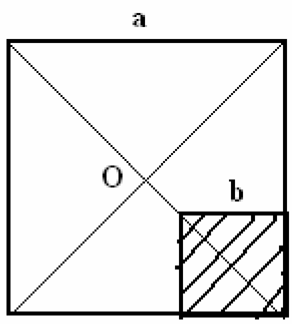
نعطي $d_1=20cm$ و $d_2=4cm$ و $O_1O_2=5cm$



تمرين 7

صفيحة مربعة متجانسة ضلعها a ومركزها O . نقطع من هذه الصفيحة قطعة مربعة ضلعها b كما يبين الشكل جانبه .

حدد موضع مركز قصور الصفيحة، بعد حذف المربع المظلل ، بالتعبير عن OG بدلالة a و b .



Allal mahdade

تصحيح تمارين حول مركز القصور ومبدأ القصور .

تمرين 1

1 ــ لنبين أن النقطة G مركز قصور الصفيحة :

بما أن حركة الصفيحة تتم على منضدة فإنها شبه معزولة ميكانيكيا : $\sum \vec{F}_i = \vec{0}$ وحسب مبدأ القصور أن حركة مركز قصور الصفيحة هي مستقيمية منتظمة . وحسب الشكل (2) أن النقطة G هي النقطة التي تنتمي إلى الصفيحة وحركتها مستقيمية منتظمة . وبالتالي أن G هي مركز قصور الصفيحة .

2 ــ سرعة الحركة الإجمالية للصفيحة هي حركة مركز قصورها G .

$$V_G = \frac{G_1G_3}{2\tau} = 0,300 m/s$$

3 ــ سرعة النقطة A عند مرورها من النقطة A3 :

$$V_3 = \frac{\overset{\frown}{A_2A_4}}{2\tau} \simeq \frac{A_2A_4}{2\tau} = 0,425 m/s$$

4 ــ الحركة الذاتية للصفيحة :

نحسب الزوايا التالية :

$$\left(\widehat{\overrightarrow{G_1A_1}, \overrightarrow{G_2A_2}}\right) = 30° \text{ ، } \left(\widehat{\overrightarrow{G_2A_2}, \overrightarrow{G_3A_3}}\right) = 30° \text{ ، إلخ } \ldots\ldots$$

أي أن الزوايا متقايسة خلال نفس المدة الزمنية وبالتالي فحركة النقطة A حركة دورانية حول G ومنتظمة .

تمرين 2

1 ــ جرد القوى المطبقة على قطعة الجليد :

$\vec{P}$ وزن قطعة الجليد .

$\vec{R}$ تأثير سطح الحافلة على قطعة الجليد .

2 ــ هل يتحقق مبدأ القصور بالنسبة للمرجع الأرضي ؟

نعم يتحقق مبدأ القصور لقطعة الجليد بالنسبة للجسم المرجعي الأرضي $(\mathcal{R})$ لأن الحافلة متوقفة أي أن قطعة الجليد شبه معزولة ميكانيكيا وبما أنها متوقفة فسرعة مركزقصورها منعدمة .

$\mathcal{R}'$ الجسم المرجعي المرتبط بالحافلة وبما أن الحافلة متوقفة كذلك الجسم المرجعي $\mathcal{R}'$ وبالتالي فهو يتطابق مع الجسم المرجعي الأرضي $(\mathcal{R})$ إذن يتحقق فيه مبدأ القصور . $(\mathcal{R})$ و $\mathcal{R}'$ مرجعان غليليان .

3 ــ عند انطلاق الحافلة سرعتها ستتغير من قيمة منعدمة إلى قيمة تخالف الصفر أي $\vec{V}_G \neq \vec{0}$ لإذن حركة مركز قصورها حركة متغيرة بالنسبة للجسم المرجعي الأرضي أي أن $\sum \vec{F}_i \neq \vec{0}$ أي أن $\mathcal{R}'$ لا يبقى مرجعا غاليليا .

تمرين 3

1 ــ القوى المطبقة على التلميذ في معلم مرتبط بالأرض هي :

$\vec{P}$ وزن التلميذ .

$\vec{R}$ تأثير مقعد الحافلة على التلميذ .

وبما أن حركة الحافلة حركة مستقيمية منظمة (السرعة ثابتة والمسار مستقيمي) لدينا $\vec{P} + \vec{R} = \vec{0} \Rightarrow P = R$ أي أن القوتين يتوازنان فيما بينهما .

تبقى نفس النتيجة إذا تغيرت قيمة السرعة .

3 ـــ عند كبح الفرامل ستنقص السرعة وبالتالي ستصبح حركة الحافلة مستقيمية غير منتظمة أي أن مبدأ القصور لايتحقق في هذه الحالة أي أن $\sum \vec{F}_i = \vec{F}$ بالنسبة للجسم المرجعي الأرضي وبالنسبة لجسم مرجعي مرتبط بالحافلة $\sum \vec{F}_i - \vec{F} = \vec{0}$ أي أن التلميذ في حالة سكون وتحت تأثير ثلاث قوى بحيث أن القوة $\vec{F}$ تسمى بقوة القصور والمرجع المرتبط بالحافلة ليس بمرجعا غاليليا .

تمرين 4

1 ـــ هل تتوازن القوى المطبقة على الحامل الذاتي ؟

جرد القوى المطبقة على الحامل الذاتي :

$\vec{P}$ و $\vec{R}$ و $\vec{F}$ توتر الخيط $\sum \vec{F_i} = \vec{P} + \vec{R} + \vec{F}$ بما أن $\vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$

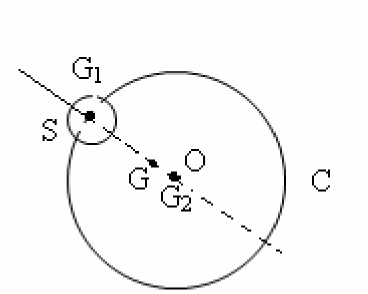
نستنتج أن $\sum \vec{F_i} = \vec{F}$ مما يبين أن القوى المطبقة على الحامل الذاتي غير متوازنة فيما بينها . إذن حركة الحامل الذاتي ستكون حركة منحنية أي دائرية وبما أن السرعة ثابتة إذن ستكون دائرية منتظمة .

2 ـــ 1 نعم ستتغير طبيعة الحركة بحيث سيصبح المسار مستقيمي والحامل الذاتي شبه معزول ميكانيكيا لأن $\vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$

حسب مبدأ القصور حركة مستقيمية منتظمة . سرعتها ثابتة V=4m/s

تمرين 4

نطبق العلاقة المرجحية على المجموعة المكونة من الجسمين من S و C ونعتبر أن مركز الكتلة G ينتمي إلى محور التماثل الذي يمر من O و G_1 مركز الكرية



$m_1\overrightarrow{GG_1} + m_2\overrightarrow{GG_2} = \vec{0}$ ندخل O مركز الكتلة للقرص C

$(m + m_2)\overrightarrow{OG} = m_1\overrightarrow{OG_1} + m_2\overrightarrow{OG_2}$ وبما أن O و G_2 متطابقان تصبح العلاقة

$\overrightarrow{OG} = \dfrac{m_1\overrightarrow{OG_1}}{m_1 + m_2}$ أي أن $OG = \dfrac{m_1 R}{m_1 + m_2}$

تطبيق عددي : $OG = 0{,}98cm$

تمرين 5

نفترض أن القرص مملوء كتلته M وقطره d_1 ومركزه G’ متطابق مع O_1

عندما يوجد فيه ثقب يصبح مركزه G .

نفترض أن الثقب مملوء ذي كتلة m وقطره d_2 ومركزه G_2 متطابق مع O_2

كذلك G تنتمي إلى محور التماثل للقرصين D_1 و D_2 **وستكون في الجهة الأخرى من الثقب** .

نطبق العلاقة المرجحية باختيار النقطة O تنتمي إلى المستوى الذي يوجد فيه القرص :

$(m+M)\overrightarrow{OG'} = m\overrightarrow{OG_2} + M\overrightarrow{OG}$ ونأخذ O متطابقة مع G’

$$\vec{0} = m\overrightarrow{G'G_2} + M\overrightarrow{G'G}$$

$$m\overrightarrow{G'G_2} = -M\overrightarrow{G'G}$$

$$\overrightarrow{G'G} = -\frac{m}{M}\overrightarrow{G'G_2}$$

بما أن G_2 متطابقة مع O_2 و G’ متطابقة مع O_1 يمكن كتابة العلاقة السابقة $\overrightarrow{O_1G_1} = -\dfrac{m}{M}\overrightarrow{O_1O_2}$

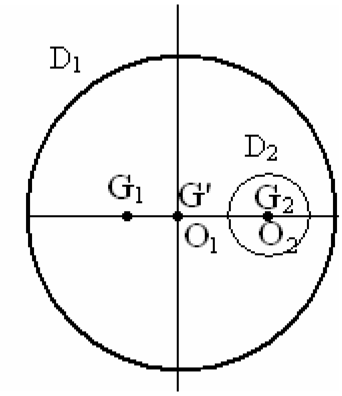
ومنه نستنتج $O_1G_1 = \dfrac{m}{M}O_1O_2 \quad (1)$

حسب ما افترضناه أن القرصين مكونين من نفس المادة أي لهما نفس الكتلة النوعية (la masse superficielle)

$\sigma = \dfrac{m}{S_2} = \dfrac{M}{S_1} \Rightarrow \dfrac{m}{M} = \dfrac{S_2}{S_1}$ وبما أن $S_1 = \pi\left(\dfrac{d_1}{2}\right)^2$ و $S_2 = \pi\left(\dfrac{d_2}{2}\right)^2$ فمنه

وتصبح العلاقة (1) $\frac{m}{M}=\frac{d_2^{\ 2}}{d_1^{\ 2}-d_2^{\ 2}}$ $\boxed{O_1G_1=\frac{d_2^{\ 2}}{d_1^{\ 2}-d_2^{\ 2}}O_1O_2}$

تطبيق عددي : $\boxed{O_1G_1=0{,}21cm}$



الطريقة 2

D_1 قرص مملوء قطره d_1 وكتلته m_1 مركزه O_1.

D_2 نفترض أ، مملوء قطره d_2 وكتلته m_2 مركزه O_2.

D قرص مركزه G كتلته (m_1-m_2)

توجد نقطة O تنتمي إلى محور تماثل القرصين D_1 و D_2 وستكون في الجهة الأخرى من الثقب بحيث أن :

$$m_1\overrightarrow{OO_1}+m_2\overrightarrow{OO_2}+(m_1-m_2)\overrightarrow{OG}=\vec{O}$$

نأخذ O متطابقة مع O_1 وتصبح العلاقة كالتالي :

$$m_2\overrightarrow{O_1O_2}+(m_1-m_2)\overrightarrow{O_1G}=\vec{O}$$

$$\overrightarrow{O_1G}=-\frac{m_1}{(m_1-m_2)}\overrightarrow{O_1O_2}$$

تمرين 7

بنفس الطريقة نقوم بحل التمرين 7 .

الجواب : $OG=\frac{b^2}{a-b}\frac{\sqrt{2}}{2}$