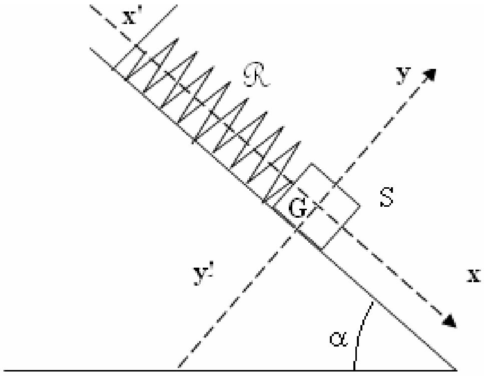
# تمارين : توازن جسم خاضع لثلاثة قوى غير متوازية

## تمرين 1




يمثل الشكل أسفله توازن جسم صلب S كتلته m=0,5kg فوق مستوى مائل بزاوية α=45° بالنسبة للمستوى الأفقي ومعلق بالطرف الحر لنابض ذي لفات غير متصلة كتلته مهملة وصلابته k=25N/m .

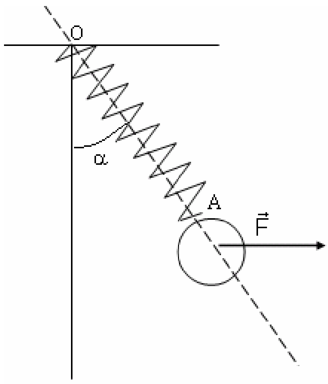
1 ـ أجرد القوى المطبقة على الجسم S

2 ـ علما أن شدة توتر النابض F=3N باعتمادك على الطريقة المبيانية أوجد شدة القوة المطبقة من طرف المستوى المائل على الجسم S .

3 ـ استنتج أن هناك احتكاكات بين المستوى المائل والجسم S

4 ـ باعتمادك على الطريقة التحليلية أحسب زاوية الاحتكاك الساكن $\varphi_0$

## تمرين 2




نعتبر كرة متجانسة كتلتها m=500g معلقة بواسطة نابض ذي لفات غير متصلة وصلابته k=50N/m مثبت عند النقطة O . عندما نطبق قوة $\vec{F}$ أفقية شدتها F=6N على الكرة يصبح طول النابض $OA=l=15cm$ والمجموعة غي حالة توازن .

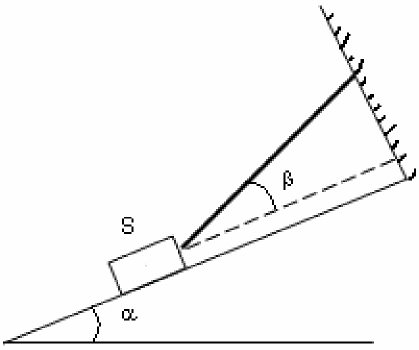
أوجد عند توازن الكرة :

1 ـ توتر النابض T

2 ـ الطول الأصلي للنابض $\ell_0$

3 ـ الزاوية $\alpha$ التي يكونها النابض مع الخط الرأسي المار من النقطة O .

## تمرين 3




للحفاظ على توازن جسم صلب S شدة وزنه P=3N فوق مستوى مائل بزاوية $\alpha = 30°$ بالنسبة للمستوى الأفقي ، نشده بواسطة حبل يكون زاوية $\beta$ مع اتجاه المستوى المائل . نعتبر أن التماس بين (S) واتجاه المستوى المائل يتم بالاحتكاك بحيث أن معامل الاحتكاك هو k=0,5 .

1 ـ أجرد القوى المطبقة على (S)

2ـ باستعمال الطريقة التحليلية أوجد تعبير T توتر الحبل بدلالة P و α و β و k . واستنتج تعبير شدة القوة المطبقة من طرف المستوى المائل بدلالة المعطيات .

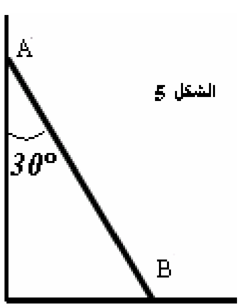
3 ـ أحسب T و R في الحالات التالية : $\beta = 0°$ و $\beta = 30°$

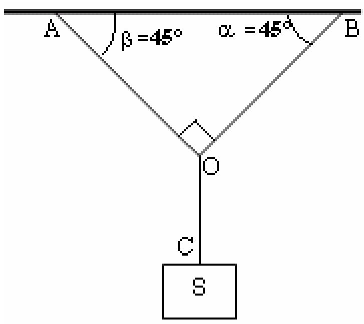
## تمرين4

نعتبر المجموعة الممثلة في الشكل أسفله في حالة توازن حيث الخيوط OA و OB و OC غير قابلة للامتداد وكتلتها مهملة . كتلة الجسم S m=1kg

1 ـ أوجد مبيانيا توترات الخيوط OA و OB و OC

2 ـ نفس السؤال باستعمال الطريقة التحليلية




## تمرين 5

عارضة AB طولها $\ell = 2m$ وشدة وزنها P=400N يمكنها أن تنزلق بدون احتكاك على الجدار الرأسي الذي يؤثر عليها بقوة شدتها F=300N .

1 ـ العارضة في حالة توازن (أنظر الشكل 5)

1 ـ 1 باستعمال الطريقة المبيانية أوجد مميزات القوة $\vec{R}$ المطبقة من طرف سطح الأرض على العارضة في النقطة B .

1 ـ 2 أوجد قيمة الزاوية $\varphi$ التي تكونها $\vec{R}$ مع الخط الرأسي المار من B .

2 ـ إذا اعتبرنا أن الاحتكاكات مهملة بين سطح الأرض والعارضة مثل القوة $\vec{R}$ المطبقة على العارضة من طرف سطح الأرض في النقطة B . هل تبقى العارضة في توازن ؟ علل جوابك .

علال محداد

## تصحيح تمارين : توازن جسم صلب خاضع لثلاث قوى غير متوازية

**تمرين 1**

1 ـ جرد القوى المطبقة على S

$\vec{P}$ و $\vec{R}$ و $\vec{F}$ .

2 ـ نستعمل الطريقة المبيانية

ـ نحدد مميزات القوى

| المميزات / القوى | $\vec{P}$ | $\vec{F}$ | $\vec{R}$ |
|---|---|---|---|
| الأصل | G | A | |
| الاتجاه | الخط الرأسي | المحور x'x | |
| المنحى | نحو مركز الأرض | من x نحو 'x | |
| الشدة | P=m.g=5N | F=3N | |

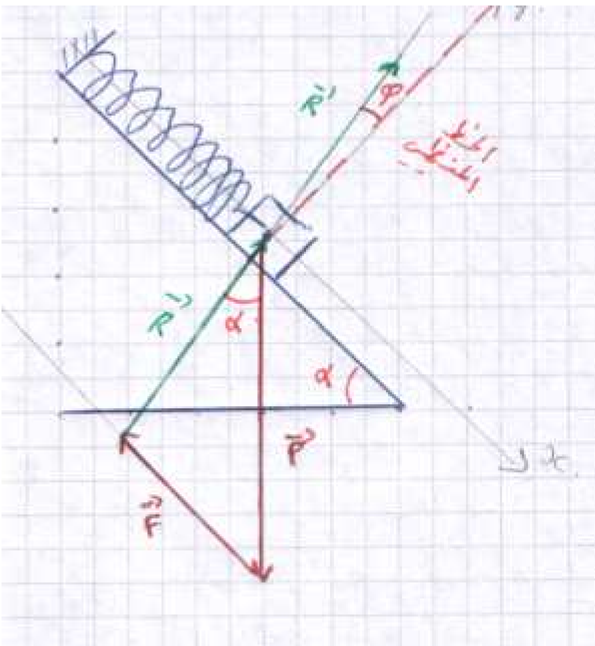
نختار كسلم لتمثيل القوى $1N \leftrightarrow 1cm$

بما أن الجسم في حالة توازن نطبق شرطي التوازن :

الخط المضلعي للقوى الثلاث مغلق $\vec{P}+\vec{F}+\vec{R}=\vec{0}$

وخطوط التأثير مستوائية ومتلاقية

من خلال التمثيل المبياني نستنتج أن $R \approx 3,6\,N$



3 ـ وبما أن $\vec{R}$ غير عمودية على المستوى المائل ، إذن هناك احتكاكات بين السطح المائل والجسم S .

4 ـ الطريقة المبيانية

نسقط العلاقة المتجهية على المحورين x'Gx و y'Gy

فنحصل على المعادلتين التاليتين :

$$P\sin\alpha - F - R\sin\varphi_0 = 0$$

$$-P\cos\alpha + R\cos\varphi_0 = 0$$

من المعادلتين نستنتج أن

$$R\sin\varphi_0 = -F + P\sin\alpha$$

$$R\cos\varphi_0 = P\cos\alpha$$

$$\Leftrightarrow \tan\varphi_0 = \frac{-F+P\sin\alpha}{P\cos\alpha}$$

تطبيق عددي $\tan\varphi_0 = 0,15$ إذن $\varphi_0 = 8,53°$

**تمرين 2**

1 ـ جرد القوى المطبقة على الكرة :

$\vec{P}, \vec{T}, \vec{F}$

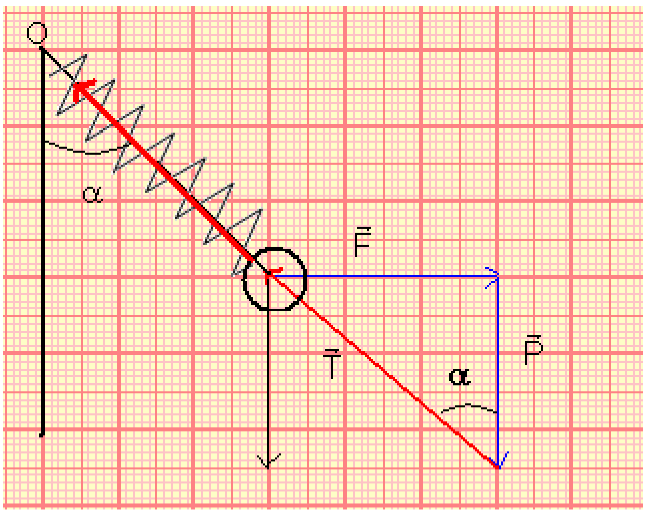
الكرة في توازن تحت تأثير ثلاث قوى نطبق شرطي التوازن $\vec{P}+\vec{T}+\vec{F}=\vec{0}$

وخطوط التأثير متلاقية ومستوائية

فحسب الخط المضلعي وهو عبارة عن مثلث قائم الزاوية

نطبق علاقة فيتاغورس $T=\sqrt{F^2+P^2}$ تطبيق عددي :

$T = 7,81N$




2 ـ الطول الأصلي للنابض :

نعلم أن شدة القوة المطبقة من طرف النابض

$$T = K\Delta\ell = K(\ell - \ell_0)$$

$$T = K\ell - K\ell_0 \Rightarrow K\ell_0 = K\ell - T$$

$$\ell_0 = \ell - \frac{T}{K}$$

تطبيق عددي : K=100N/m إذن

$\ell_0 = 0,15 - 0,078 = 0,072m$ **( هناك خطأ في المعطيات نأخذ K=100N/m عوض K=50N/m )**

3 ـ حساب الزاوية α

نحسب tanα

$$tan\,\alpha = \frac{F}{P} = 1,2$$

$$\alpha = 50,2°$$

**تمرين 3**

1 ـ جرد القوى المطبقة على S

$$\vec{P}, \vec{R}, \vec{T}$$

2 ـ استعمال الطريقة التحليلية : نختار معلم متعامد وممنظم مرتبط بمركز الجسم S

ونسقط فيه العلاقة المتجهية $\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = \vec{0}$ ملاحظة بما أن هناك احتكاكات فإن $\vec{R}$ غير عمودية على السطح وتكون زاوية φ مع الخط المنظمي .

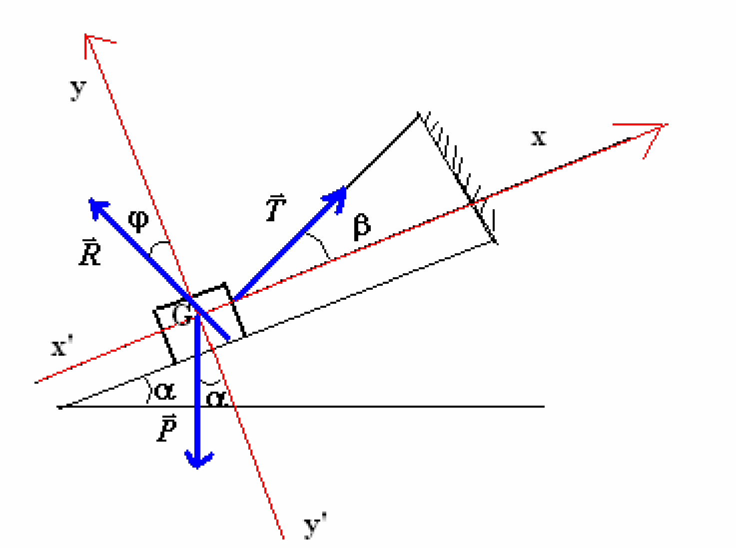
على x'Gx :

$$-P\sin\alpha + T\cos\beta - R\sin\varphi = 0$$

على y'Gy

$$-P\cos\alpha + T\sin\beta + R\cos\varphi = 0$$

من العلاقتين نستنتج أن




$$k = \frac{\sin\varphi}{\cos\varphi} = \frac{P\sin\alpha - T\cos\beta}{P\cos\alpha - T\sin\beta}$$

$$k\left(P\cos\alpha - T\sin\beta\right) = P\sin\alpha - T\cos\beta$$

$$T\left(\cos\beta - k\sin\beta\right) = P\sin\alpha - kP\cos\alpha$$

$$T = P\frac{\sin\alpha - k\cos\alpha}{\cos\beta - k\sin\beta}$$

نستنتج تعبير شدة القوة $\vec{R}$

نعلم أن $R = \sqrt{R_x^{\,2} + R_y^{\,2}}$ بحيث أن

$$R_x = R\sin\alpha = -P\sin\alpha + T\cos\beta$$

و $R_y = R\cos\varphi = P\cos\alpha - T\sin\beta$

نعوض T في المعادلتين فنحصل على :

و $R_x = P\left[\cos\beta\dfrac{\sin\alpha - k\cos\alpha}{\cos\beta - k\sin\beta} - \sin\alpha\right]$

$$R_y = P\left[\cos\alpha - \sin\beta\frac{\sin\alpha - k\cos\alpha}{\cos\beta - k\sin\beta}\right]$$

إذن $R = P\sqrt{\left[\cos\beta\dfrac{\sin\alpha - k\cos\alpha}{\cos\beta - k\sin\beta} - \sin\alpha\right]^2 + \left[\cos\alpha - \sin\beta\dfrac{\sin\alpha - k\cos\alpha}{k\sin\beta - \cos\beta}\right]^2}$

3 ـ حساب R و T في الحالات التالية :

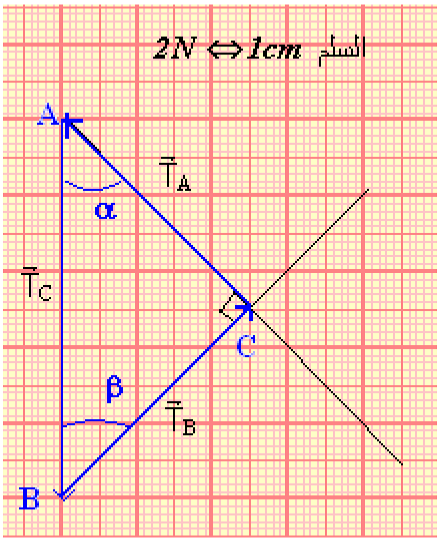
$\beta = 0°$ عندنا $\cos\beta = 1$ و $\sin\beta = 0$

ولدينا $\alpha = 30°$ أي أن $\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ و $\sin\alpha = \dfrac{1}{2}$ و k=0,5 ( يصحح هذا الخطأ في المعطيات )

$T = 0,2N$ و $R = 3N$

$\beta = \alpha = 30°$ بنفس العمليات الحسابية نحسب T و R


علال محداد




**تمرين 4**

1 ـ باستعمال الطريقة المبيانية نحسب شدة التوترات $T_A$ و $T_B$ و $T_C$ .

جرد القوى المطبقة في النقطة O

الجسم S في حالة توازن تحت تأثير قوتين $\vec{P}$ و $\vec{T}_C$ حسب شرطي التوازن

$T_C=P=m.g=10N$

بما أن النقطة O في توازن تحت تأثير ثلاث قوى غير متوازية فإن :

$\vec{T}_A+\vec{T}_B+\vec{T}_C=\vec{0}$ أي أن الخط المضلعي لهذه القوى مغلق .

وحسب الشكل فإن المثلث ABC متساوي الساقين وقائم الزاوية في C

$$T_C=T_A\sqrt{2}\Rightarrow T_A=\frac{T_C}{\sqrt{2}}=7N$$

كذلك $T_B=7N$

2 ـ استعمال الطريقة التحليلية

نسقط العلاقة المتجهية على المحورين x'Ox و y'Oy

على x'Ox :

$$-T_A\cos\beta+T_B\cos\alpha=0$$

على y'Oy

$$T_A\sin\beta+T_B\sin\alpha-T_C=0$$

بما أن $\alpha=\beta=45°$ فإن $\cos\alpha=\cos\beta$ و

$\sin\alpha=\sin\beta$

أي حسب العلاقة (1) $T_A=T_B$

وحسب العلاقة (2)

$$T_A\sqrt{2}=T_C\Rightarrow T_A=\frac{T_C}{\sqrt{2}}=7N=T_B$$