

(I) التحاكي

(A) تعريف

لتكن Ω نقطة و k عدد حقيقي غير منعدم .
التحاكي الذي مركزه Ω ونسبته k هو التطبيق
الذي نرمز له بـ $h(\Omega, k)$ والذي يربط
كل نقطة M من Ω بالنقطة M' بحيث
 $\overrightarrow{\Omega M'} = k \overrightarrow{\Omega M}$

(B) الخاصية المميزة

تكون النقطتان M' و N' صورتي النقطتين M و N على التوالي
بتحاكي h إذا وفقط إذا وجد عدد حقيقي $k \neq 1$ بحيث
 $\overrightarrow{M'N'} = k \overrightarrow{MN}$

(C) خاصيات

ليكن h تحاكي مركزه Ω ونسبته k .
(1) $h(M) = M'$ تكافئ $\overrightarrow{\Omega M'} = k \overrightarrow{\Omega M}$
(2) إذا كان $h(N) = N'$ و $h(M) = M'$ فإن
 $\overrightarrow{M'N'} = k \overrightarrow{MN}$
(3a) $h(\Omega) = \Omega$ (نقول إن Ω صامدة بالتحاكي h)
(b) $M = \Omega$ تكافئ $h(M) = M$

(هذا يعني أن Ω هي النقطة الوحيدة الصامدة بالتحاكي h)

(4) إذا كان $h(M) = M'$ فإن Ω و M و M' مستقيمية .

(5a) التحاكي يحافظ على المرجح يعني :

إذا كان G مرجح $\{(A, \alpha), (B, \beta)\}$ فإن G' مرجح

$$\{(A', \alpha), (B', \beta)\}$$

(b) التحاكي يحافظ على المنتصف يعني :

إذا كان I منتصف $[AB]$ فإن I' منتصف $[A'B']$

(c) التحاكي يحافظ على معامل استقامية متجهتين يعني :

إذا كان $\overrightarrow{AB} = \alpha \overrightarrow{CD}$ فإن $\overrightarrow{A'B'} = \alpha \overrightarrow{C'D'}$

(d) التحاكي يحافظ على استقامية 3 نقط يعني :

إذا كانت النقط A و B و C مستقيمية فإن صورها A' و B' و C' مستقيمية .

(6) التحاكي لا يحافظ على المسافة لكن لدينا .

إذا كان $h(A) = A'$ و $h(B) = B'$ فإن $h(B) = B'$ و $h(A) = A'$

(7) التحاكي يحافظ على قياس الزوايا الهندسية يعني $\widehat{BAC} = \widehat{B'A'C'}$

(8a) صورة القطعة $[AB]$ بالتحاكي h هي القطعة $[A'B']$

(b) صورة المستقيم (AB) بالتحاكي h هي المستقيم $(A'B')$.

(c) صورة مستقيم (D) هو مستقيم (D') يوازي (D) .

(d) من أجل تحديد صورة مستقيم (D) بـ h يكفي تحديد صورة نقطتين
 A و B من (D) وسيكون $h(D) = (A'B')$ أو تحديد صورة نقطة
واحدة A وسيكون $h(D)$ هو المستقيم المار من A' والموازي للمستقيم
 (D) . ($h(A) = A'$)

(e) إذا كان (D) مستقيماً ماراً من Ω فإن $h(D) = (D)$.

(نقول إن (D) صامد إجمالياً) .

(9) صورة الدائرة $C(O, r)$ بالتحاكي h هي الدائرة $C'(O', |k|r)$.

مع $O' = h(O)$.

(10a) ليكن E و F جزئين من المستوى .

$$h(E \cap F) = h(E) \cap h(F)$$

(b) إذا كانت $M \in E \cap F$ فإن $h(M) \in h(E) \cap h(F)$

(11) التحاكي يحافظ على التعامد والتوازي يعني :

صورة مستقيمين متعامدين هما مستقيمان متعامدان
و صورة مستقيمين متوازيين هما مستقيمان متوازيان .

(12) الصيغة التحليلية لتحاكي .

نفترض أن المستوى منسوب إلى معلم متعامد (O, \vec{i}, \vec{j}) .

(a) مثال 1: ليكن h تحاكي مركزه $\Omega(1, 2)$ ونسبته $k = 2$.

من أجل تحديد الصيغة التحليلية للتحاكي h نتبع مايلي :

ليكن $M(x, y)$ و $M'(x', y')$ بحيث $h(M) = M'$ ونقوم
بحساب x' و y' بدلالة x و y .

لدينا $h(M) = M'$ يعني $\overrightarrow{\Omega M'} = 2\overrightarrow{\Omega M}$

ولدينا $\overrightarrow{\Omega M'}(x'-1, y'-2)$ و $2\overrightarrow{\Omega M}(2x-2, 2y-4)$

$$\begin{cases} x'-1 = 2x-2 \\ y'-2 = 2y-4 \end{cases} \text{ يعني } \begin{cases} x' = 2x-1 \\ y' = 2y-2 \end{cases} \text{ إذن}$$

إذن الصيغة التحليلية لـ h هي : $h : \begin{cases} x' = 2x-1 \\ y' = 2y-2 \end{cases}$

ملاحظة: إذا أردنا تحديد صورة نقطة A بـ h نعوض x و y بإحداثيات

A ونحصل على إحداثيات $h(A)$.

(b) مثال 2 .

نعتبر التطبيق f الذي صيغته التحليلية هي : $f : \begin{cases} x' = 3x+2 \\ y' = 3y-4 \end{cases}$

من أجل تحديد طبيعة f نبحث عن النقط الصامدة بحل النظامة
 $\begin{cases} x' = x \\ y' = y \end{cases}$

يعني $\begin{cases} 3x+2 = x \\ 3y-4 = y \end{cases}$ يعني $\begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases}$ إذن f تقبل نقطة صامدة وحيدة

هي $\Omega(-1, 2)$.

ثم نأخذ $M(x, y)$ و $M'(x', y')$ بحيث $h(M) = M'$

لدينا إذن $\begin{cases} x' = 3x+2 \\ y' = 3y-4 \end{cases}$. ولدينا $\overrightarrow{\Omega M'}(x+1, y-2)$ يعني

$$\overrightarrow{\Omega M'}(3x+3, 3y-6) \text{ يعني } \overrightarrow{\Omega M'}(3x+2+1, 3y-4-2)$$

ولدينا $3\overrightarrow{\Omega M}(3x+3, 3y-6)$ إذن $\overrightarrow{\Omega M'} = 3\overrightarrow{\Omega M}$

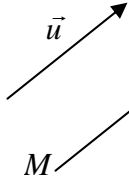
وبالتالي f تحاكي مركزه $\Omega(-1, 2)$ ونسبته $k = 3$.

(13) بعض التقنيات .

(a) لكي نحدد مركز تحاكي h . نسميه Ω نبحث عن نقطتين A و B
وصورتاهما A' و B' . لدينا $h(A) = A'$ و $h(B) = B'$ و A و A' مستقيمية
ومنه $\Omega \in (AA')$. ولدينا $h(B) = B'$ و B و B' مستقيمية
ومنه $\Omega \in (BB')$ وبالتالي Ω هي نقطة تقاطع (AA') و (BB')

(III) الإزاحة

(A) تعريف



لتكن \vec{u} متجهة . الإزاحة التي متجهتها \vec{u} هي التطبيق الذي نرمز له بـ $t_{\vec{u}}$ والذي يربط كل نقطة M من M' بالنقطة M' بحيث $\overrightarrow{MM'} = \vec{u}$

(B) الخاصية المميزة

تكون النقطتان M' و N' صورتين للنقطتين M و N على التوالي بالإزاحة $t_{\vec{u}}$ إذا وفقط إذا كان $\overrightarrow{M'N'} = \overrightarrow{MN}$

(C) خاصيات

جميع الخاصيات المتعلقة بالتحاكي تبقى صحيحة بالنسبة للإزاحة ، ماعدا (1) و (2) و (3) و (4) و (6) و (8cde) و (9) و (12) و (13abd) ولدينا :

(6) الإزاحة تحافظ على المسافة .

(8e) إذا كان (D) يوازي حامل \vec{u} (يعني \vec{u} موجهة لـ (D)) فإن $t_{\vec{u}}(D) = (D)$

(9) صورة الدائرة $C(O, r)$ بالإزاحة $t_{\vec{u}}$ هي الدائرة $C'(O', r)$ مع $O' = t_{\vec{u}}(O)$

ملاحظة

(a) $t_{\vec{u}}(M) = M'$ تكافئ $\overrightarrow{MM'} = \vec{u}$

(b) إذا كان $t_{\vec{u}}(M) = M'$ و $t_{\vec{u}}(N) = N'$ فإن $\overrightarrow{M'N'} = \overrightarrow{MN}$

(III) التماثل المحوري

(A) تعريف

لتكن (Δ) مستقيما التماثل المحوري الذي محوره (Δ) هو التطبيق الذي نرمز له بـ $S_{(\Delta)}$ والذي يربط كل نقطة M من M' بالنقطة M' بحيث $[MM']$ يكون (Δ) واسط القطعة .

(B) خاصيات

جميع الخاصيات المتعلقة بالتحاكي تبقى صحيحة بالنسبة للتماثل المحوري ، ماعدا (1) و (2) و (3) و (4) و (5) و (6) و (8e) و (9) و (13abd) ولدينا :

(6) التماثل المحوري يحافظ على المسافة .

(8e) (*) إذا كان $(D) \perp (\Delta)$ فإن $t_{(\Delta)}(D) = (D)$

(*) إذا كان $(D) // (\Delta)$ فإن $t_{(\Delta)}(D) // (D)$

(9) صورة الدائرة $C(O, r)$ بالتماثل المحوري $S_{(\Delta)}$ هي الدائرة $C'(O', r)$ مع $O' = S_{(\Delta)}(O)$

ملاحظة

(a) $S_{(\Delta)}(M) = M'$ تكافئ (Δ) واسط القطعة $[MM']$

(b) إذا كان $S_{(\Delta)}(M) = M'$ تكافئ $M \in (\Delta)$ المستقيم (Δ) صامد نقطة بنقطة .

(b) من أجل تحديد نسبة تحاكي h نسميه k وهناك إكمانيتان :

(*) نبحت عن المركز Ω ونقطة A وصورتها A' .

لدينا $h(A) = A'$ إذن $\overrightarrow{\Omega A'} = k \overrightarrow{\Omega A}$ ، ونقوم بحساب $\overrightarrow{\Omega A'}$ بدلالة $\overrightarrow{\Omega A}$ نجد مثلا $\overrightarrow{\Omega A'} = \alpha \overrightarrow{\Omega A}$ ونستنتج أن $k = \alpha$ أو نمر إلى القياس الجبري $\overrightarrow{\Omega A'} = k \overrightarrow{\Omega M}$ يعني $k = \frac{\overrightarrow{\Omega A'}}{\overrightarrow{\Omega M}}$

(*) نبحت عن نقطتين A و B وصورتاهما A' و B' . لدينا $\overrightarrow{A'B'} = k \overrightarrow{AB}$ وتتبع نفس الطريقة السابقة .

(c) إذا أردنا أن نبين أن I' منتصف $[A'B']$ نبحت عن I و A و B بحيث $h(A) = A'$ و $h(B) = B'$ و $h(I) = I'$ ونستعمل الخاصية (5b) . لدينا I منتصف $[AB]$ إذن I' منتصف $[A'B']$.

(d) لكي نبين أن Ω و I و J مستقيمة يكفي أن نبين أن $h_{(\Omega, k)}(I) = J$

(e) لكي نحدد صورة نقطة M هناك عدة طرق من بينها :
(*) نستعمل التعريف $\overrightarrow{\Omega M'} = k \overrightarrow{\Omega M}$
(*) إذا كان M منتصف قطعة $[AB]$ نستعمل (5b) .
(*) إذا كانت $\overrightarrow{AM} = \alpha \overrightarrow{AB}$ نستعمل (5c) .
(*) إذا كانت M تقاطع جزئين نستعمل (10) .
(لدينا $M \in E \cap F$ إذن $h(M) \in h(E) \cap h(F)$)
(*) إذا كانت لدينا الصيغة التحليلية نستعملها .

(II) التماثل المركزي

(A) تعريف

لتكن Ω نقطة التماثل المركزي الذي مركزه Ω هو التطبيق الذي نرمز له بـ S_{Ω} والذي يربط كل نقطة M من M' بالنقطة M' بحيث $\overrightarrow{\Omega M'} = -\overrightarrow{\Omega M}$.

(B) الخاصية المميزة

تكون النقطتان M' و N' صورتين للنقطتين M و N على التوالي بتماثل مركزي S_{Ω} إذا وفقط إذا كان $\overrightarrow{M'N'} = -\overrightarrow{MN}$

(C) خاصيات

جميع الخاصيات المتعلقة بالتحاكي تبقى صحيحة بالنسبة للتماثل المركزي مع تعويض k بـ -1 ، ماعدا (6) و (9) حيث تصبح .

(6) التماثل المركزي يحافظ على المسافة يعني .

إذا كان $h(A) = A'$ و $h(B) = B'$ فإن $A'B' = AB$

(9) صورة الدائرة $C(O, r)$ بالتماثل المركزي S_{Ω} هي الدائرة $C'(O', r)$ مع $O' = S_{\Omega}(O)$

ملاحظة

(a) $S_{\Omega}(M) = M'$ تكافئ Ω منتصف $[MM']$

(b) إذا كان $S_{\Omega}(M) = M'$ و $S_{\Omega}(N) = N'$ فإن $\overrightarrow{M'N'} = -\overrightarrow{MN}$