



I. متجهات المستوى: (تذكير)

1- عناصر متجهة:

A و B نقطتان مختلفتان. إذا رمزنا لمتجهة $\overrightarrow{AB}$ بالرمز $\vec{u}$ فان:

1. اتجاه $\vec{u}$ هو المستقيم (AB) .

2. منحى $\vec{u}$ هو المنحى من A إلى B .

3. منظم $\vec{u}$ هو المسافة AB , و نكتب: $\|\vec{u}\| = AB$

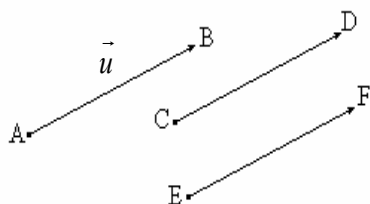
حالة خاصة: المتجهة $\overrightarrow{AA}$ ليس لها اتجاه و منظمها منعدم, و تسمى المتجهة المنعدم, و تكتب $\overrightarrow{AA} = \vec{0}$.

خاصية: $\vec{u}$ متجهة و A نقطة من المستوى, توجد نقطة وحيدة M بحيث $\overrightarrow{AM} = \vec{u}$.

** تمرين تطبيقي : (01 - س)

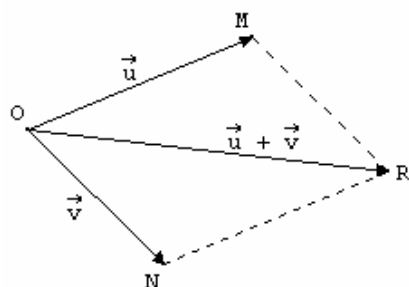
2- تساوي متجهتين:

تعريف: نقول إن متجهتين متساويتين إذا كان لهما نفس الاتجاه و نفس المنحى و نفس المنظم.



خاصية: ليكن $ABCD$ رباعيا. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ تكافئ $ABCD$ متوازي أضلاع.

3- مجموع متجهتين: علاقة شال: A و B نقطتان من المستوى. لكل نقطة C من المستوى. لدينا: $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB}$.



مثال: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0}$

4- قاعدة متوازي الأضلاع لإنشاء مجموع متجهتين:

O و A و B ثلاث نقط غير مستقيمية.

مجموع المتجهتين $\overrightarrow{OA}$ و $\overrightarrow{OB}$ هو المتجهة $\overrightarrow{OC}$ بحيث يكون الرباعي $OACB$ متوازي الأضلاع.

مقابل متجهة:

خاصية: لتكن $\vec{u}$ متجهة غير منعدمة.

مقابلة المتجهة $\vec{u}$ هي المتجهة التي لها نفس الاتجاه و نفس المنظم و منحناها عكس منحى المتجهة $\vec{u}$, و يرمز لها بالرمز $-\vec{u}$.
 $-\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$

** تمرين تطبيقي : (03 - س)

** تمرين تطبيقي : (05 - س)

II. ضرب متجهة في عدد حقيقي:

تعريف: $\vec{u}$ متجهة غير منعدمة و k عددا حقيقيا غير منعدم. ضرب المتجهة $\vec{u}$ في العدد الحقيقي k هي المتجهة التي نرمز لها

بالرمز $k \cdot \vec{u}$ أو $k\vec{u}$ و المعرفة كما يلي:

لها نفس اتجاه المتجهة $\vec{u}$.

لها نفس منحى المتجهة $\vec{u}$ في حالة: $k > 0$ و لها منحى معاكس للمتجهة $\vec{u}$ في حالة: $k < 0$

منظمها يساوي $\|k \cdot \vec{u}\|$.

مثال: A و B نقطتان من المستوى بحيث: $AB = 1cm$ أرسم النقطتين C و D بحيث: $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AD} = -3\overrightarrow{AB}$



خاصيات: لكل متجهتين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ و لكل عددين حقيقيين k و k' لدينا:
 $k(k'\vec{u}) = (kk')\vec{u}$ و $k(k\vec{u}) = (kk')\vec{u}$ و $(k+k')\vec{u} = k\vec{u} + k'\vec{u}$ و $k(\vec{u} + \vec{v}) = k\vec{u} + k\vec{v}$ و $1 \cdot \vec{u} = \vec{u}$
 $k\vec{u} = \vec{0}$ أو $k = 0$ أو $\vec{u} = \vec{0}$
 $k \cdot \vec{0} = \vec{0}$ و $0 \cdot \vec{u} = \vec{0}$

أمثلة: $5\vec{AB} - \frac{3}{2}\vec{AB} = \left(5 - \frac{3}{2}\right)\vec{AB} = \frac{7}{2}\vec{AB}$
 $2\left(\frac{3}{2}\vec{AB}\right) = \left(2 \times \frac{3}{2}\right)\vec{AB} = 3\vec{AB}$
 $2\vec{AB} + 2\vec{BC} = 2(\vec{AB} + \vec{BC}) = 2\vec{AC}$
 $2\vec{AB} = \vec{0}$ تكافئ أن $\vec{AB} = \vec{0}$ أي أن $A = B$

**** تمرين تطبيقي : (08 - س)**

استقامية متجهتين - استقامية ثلاث نقط:

تعريف: لنكن $\vec{u}$ و $\vec{v}$ متجهتين غير منعدمتين.
 $\vec{v} = k\vec{u}$ و $\vec{u}$ مستقيمتان إذا وجد عدد حقيقي k غير منعدم حيث:
المتجهة المنعدمة مستقيمة مع جميع المتجهات.

خاصية:
لنكن A و B و C و D أربع نقط حيث $A \neq B$ و $C \neq D$.
 $\vec{AB}$ و $\vec{CD}$ مستقيمتان إذا و فقط إذا كان (AB) و (CD) متوازيين.

خاصية: تكون النقط A و B و C مستقيمة إذا و فقط إذا كانت $\vec{AB}$ و $\vec{AC}$ مستقيمتين.

مثال: في كل شبه منحرف $ABCD$ قاعدته $[AB]$ و $[CD]$.

لدينا المتجهتان $\vec{AB}$ و $\vec{CD}$ مستقيمتان.

**** تمرين تطبيقي : (09 - س)**

**** تمرين تطبيقي : (12 - س)**

III. منتصف قطعة:

تعريف: I منتصف $[AB]$ إذا و فقط إذا كان $\vec{IA} + \vec{IB} = \vec{0}$

خاصية: I منتصف القطعة $[AB]$ إذا و فقط إذا كانت I تحقق إحدى المتساويتين: (1) $\vec{AI} = \vec{IB}$ أو (2) $\vec{AB} = 2\vec{AI}$

برهان:

خاصية: (الخاصية المميزة لمنتصف قطعة)

لنكن $[AB]$ قطعة منتصفها I .

لكل نقطة M من المستوى لدينا: $2\vec{MI} = \vec{MA} + \vec{MB}$

برهان:

**** تمرين تطبيقي : (14 - س)**

خاصية: (خاصية منتصف ضلعي مثلث)

لكن ABC مثلثا. إذا كان I منتصف القطعة $[AB]$ و J منتصف القطعة $[AC]$ فان: $\vec{IJ} = \frac{1}{2}\vec{BC}$

برهان:

**** تمرين تطبيقي : (13 - س)**