تصحيح الفرض المنزلي رقم 2

تمرين1 : (6ن)

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالصيغة التالية :

$u_{n+1} = \frac{1}{2}\times U_n$ و $u_0 = 2$ $\forall n \in \mathbb{N}$

1) تحقق أن $(u_n)_{n\geq 0}$ هندسية. وحدد أساسها

2) عبر عن U_n بدلالة n

3) حدد العدد n إذا علمت أن $U_n = \frac{1}{16}$

الجواب :

1) $u_{n+1} = \frac{1}{2}\times U_n$ يعني $\frac{u_{n+1}}{U_n} = \frac{1}{2}$

وهذا يعني أن $(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية أساسها $q = \frac{1}{2}$

2) بما أن $(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية أساسها $q = \frac{1}{2}$ وحدها الأول $u_0 = 2$ فإن : $u_n = u_0 \times (q)^n$ $\forall n \in \mathbb{N}$

أي : $u_n = 2\times\left(\frac{1}{2}\right)^n$ $\forall n \in \mathbb{N}$

3) $U_n = \frac{1}{16}$ يعني $2\times\left(\frac{1}{2}\right)^n = \frac{1}{16}$ يعني $\left(\frac{1}{2}\right)^n = \frac{\frac{1}{16}}{2}$

$\left(\frac{1}{2}\right)^n = \frac{1}{32}$ أي $n = 5$

تمرين2: (6 ن)

لتكن (u_n) متتالية حسابية أساسها r بحيث : $u_0 = 5$ و $u_{100} = -195$

1)حدد r 2) أكتب u_n بدلالة n

3)أحسب المجموع : $S = u_1 + \cdots + u_6$

الجواب :

(1

بما أن (u_n) متتالية حسابية فإن : $u_n = u_0 + (n-0)r$

نعوض n ب 100 فنجد: $u_{100} = u_0 + 100r$

يعني : $-195 = 5 + 100r$ يعني : $-200 = 100r$

يعني $r = -2$

2)بما أن (u_n) متتالية حسابية فإن : $u_n = u_0 + (n-0)r$

أي: $u_n = 5 - 2n$

3) $S = u_1 + \cdots + u_6 = (6-1+1)\frac{u_1 + u_6}{2}$

$S = 6\frac{u_1 + u_4}{2} = 3(u_1 + u_6)$

ومنه نحسب: $u_1 = 5 - 2\times 1 = 3$ و $u_6 = 5 - 2\times 6 = -7$

وبالتالي: $S = 3(3-7) = 3\times(-4) = -12$

تمرين3 : (5ن)

نعتبر الدالتين f و g المعرفتين كالتالي :

$f(x) = \frac{2}{x^2+1}$ و $g(x) = \frac{x^2+1}{2x-4}$

1) حدد مجموعة تعريف الدالتين f و g

2) بين أن f مكبورة بالعدد 2 لكل x من $\mathbb{R}$.

الجواب :

1) $D_f = \{x \in \mathbb{R} / x^2 + 1 \neq 0\}$

$x^2 = -1 \Leftrightarrow x^2 + 1 = 0$ وهذه المعادلة ليس لها حل في $\mathbb{R}$

$D_f = \mathbb{R}$

$D_g = \{x \in \mathbb{R} / 2x - 4 \neq 0\}$

$x = 2 \Leftrightarrow 2x - 4 = 0$

$D_g = \mathbb{R} / \{2\}$

(2

يكفي أن نبين أن : $f(x) \leq 2$ $\forall x \in \mathbb{R}$

اذن نحسب الفرق : $2 - f(x) = 2 - \frac{2}{x^2+1} = \frac{2x^2+2-2}{x^2+1} = \frac{2x^2}{x^2+1} \geq 0$

ومنه : $f(x) \leq 2$ $\forall x \in \mathbb{R}$

وبالتالي f مكبورة على $\mathbb{R}$ بالعدد 2

تمرين4: (3 ن)

لتكن f و g الدالتين العدديتين المعرفتين على $\mathbb{R}$ بما يلي :

$f(x) = x^2 + 4x + 4$ و $g(x) = 2x + 3$

حدد الوضع النسبي لمنحنى الدالتين f و g

الجواب :

$D_f = \mathbb{R}$ و $D_g = \mathbb{R}$ لأنهم دوال حدودية

$f(x) - g(x) = x^2 + 4x + 4 - 2x - 3 = (2x-1)^2 \geq 0$

$f(x) - g(x) = x^2 + 2x + 1 = (x+1)^2 \geq 0$

ومنه : $f \geq g$ بالتالي منحنى الدالة f يوجد فوق منحنى الدالة g على $\mathbb{R}$.

نيابة وجدة

فرض منزلي رقم2 لمادة الرياضيات

المستوى : الأولى بكالوريا آداب وعلوم إنسانية

نجز هذا الفرض في ورقة مزدوجة و نظيفة

******* يوم تصحيح الفرض هو :......................

تمرين1 : (6ن)

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالصيغة التالية : $u_{n+1} = \frac{1}{2}\times U_n$ و $u_0 = 2$ $\forall n \in \mathbb{N}$

1) تحقق أن $(u_n)_{n\geq 0}$ هندسية. وحدد أساسها

2) عبر عن U_n بدلالة n

3) حدد العدد n إذا علمت أن $U_n = \frac{1}{16}$

تمرين2: (6 ن)

لتكن (u_n) متتالية حسابية أساسها r بحيث :

$u_0 = 5$ و $u_{100} = -45$

1) حدد r

2) أكتب u_n بدلالة n

3) أحسب المجموع : $S = u_1 + u_2 + ... + u_6$

تمرين3 : (5ن)

نعتبر الدالتين f و g المعرفتين كالتالي :

$f(x) = \frac{2}{x^2+1}$ و $g(x) = \frac{x^2+1}{2x-4}$

1) حدد مجموعة تعريف الدالتين f و g

2) بين أن f مكبورة بالعدد 2 لكل x من $\mathbb{R}$.

تمرين4: (3 ن)

لتكن f و g الدالتين العدديتين المعرفتين على $\mathbb{R}$ بما يلي :

$f(x) = x^2 + 4x + 4$ و $g(x) = 2x + 3$

حدد الوضع النسبي لمنحنى الدالتين f و g.