

فروض النجاح استعدادا لاجتياز فروضك	مبادئ في المنطق - عموميات حول الدوال حلول مقترحة	السنة 1 بكالوريا علوم تجريبية
فرض تجريبي من اقتراح أذ سمير لخريسي - مدة الانجاز ساعتان		
<b>تمرين 1 :</b>		
	$\neg(P_1): \quad \exists x \in \mathbb{R} \quad \forall y \in \mathbb{R}^+ \quad y^2 < x$ $\neg(P_2): \quad x^2 + y = y^2 + x \text{ et } (x \neq y \text{ et } x + y \neq 1)$	1
	$x^2 + y = y^2 + x \Rightarrow x^2 - y^2 + y - x = 0 \Rightarrow (x - y)(x + y) - (x - y) = 0$ $\Rightarrow (x - y)[(x + y) - 1] = 0 \Rightarrow (x - y = 0 \text{ ou } x + y - 1 = 0) \Rightarrow (x = y \text{ ou } x + y = 1)$	2 لدينا :
	<p>■ بالنسبة لـ <math>n = 0</math> المتساوية صحيحة لأن: <math>1 = (0+1)^2</math></p> <p>■ نفترض أن <math>1+3+5+\dots+(2n+1) = (n+1)^2</math> ونبين أن <math>1+3+5+\dots+(2(n+1)+1) = (n+2)^2</math></p> $1+3+5+\dots+(2(n+1)+1) = 1+3+5+\dots+(2n+1)+(2(n+1)+1)$ $= (n+1)^2 + 2n + 2 + 1$ $= n^2 + 2n + 1 + 2n + 3$ $= n^2 + 4n + 4$ $= (n+2)^2$	3 لدينا :
	<p>لنبين أن: <math>\forall x \in \mathbb{R} \quad \sqrt{4x^2 + 3} \geq 2x</math></p> <p>■ إذا كان <math>x \leq 0</math> فإن المتفاوتة صحيحة لأن: <math>\sqrt{4x^2 + 3} \geq 0</math></p> <p>■ إذا كان <math>x &gt; 0</math></p> <p>فإن: <math>(\sqrt{4x^2 + 3})^2 - (2x)^2 = 4x^2 + 3 - 4x^2 = 3 &gt; 0</math> ، منه: <math>\sqrt{4x^2 + 3} \geq 2x</math></p> <p>🍀 لانقارن المربعات حتى يكون للعددين نفس الإشارة، وهذا ما استوجب دراسة الحالتين <math>x \leq 0</math> و <math>x &gt; 0</math></p>	4
<b>تمرين 2 :</b> نعتبر الدالة: $f(x) = \frac{x}{x^2 - x + 1}$		
	$Df = \{x \in \mathbb{R} / x^2 - x + 1 \neq 0\}$ <p>محددة الحدودية <math>x^2 - x + 1</math> هي: <math>\Delta = (-1)^2 - 4 \times 1 \times 1 = 1 - 4 = -3 &lt; 0</math> ، إذن للحدودية نفس إشارة <math>a = 1</math></p> <p>إذن فهي موجبة على <math>\mathbb{R}</math> ، أي أنها تخالف الصفر على <math>\mathbb{R}</math> ، بالتالي <math>Df = \mathbb{R}</math></p> <p>🍀 أن تكون المحددة سالبة لا يعني أن الحدودية سالبة بل مرتبطة بإشارة <math>a</math> ، أما إذا كانت موجبة فإن ذلك سيستوجب دراسة الإشارة من خلال جدول الإشارات.</p>	1
	<p>لدينا: <math>\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) - f(1) = \frac{x}{x^2 - x + 1} - 1 = \frac{x - x^2 + x - 1}{x^2 - x + 1} = \frac{-x^2 + 2x - 1}{x^2 - x + 1} = \frac{-(x^2 - 2x + 1)}{x^2 - x + 1} = \frac{-(x-1)^2}{x^2 - x + 1}</math></p> <p>و بما أن <math>-(x-1)^2 \leq 0</math> و <math>x^2 - x + 1 &gt; 0</math> (حسب السؤال السابق) فإن: <math>f(x) - f(1) \leq 0</math></p> <p>منه: <math>\forall x \in Df \quad f(x) \leq f(1)</math> بالتالي الدالة <math>f</math> تقبل قيمة قصوى في النقطة 1</p>	2
	$\forall x \in \mathbb{R} \quad -f(1-x) + \frac{1}{x^2 - x + 1} = \frac{-(1-x)}{(1-x)^2 - (1-x) + 1} + \frac{1}{x^2 - x + 1} = \frac{-1+x}{1-2x+x^2-1+x+1} + \frac{1}{x^2 - x + 1}$ $= \frac{-1+x}{x^2 - x + 1} + \frac{1}{x^2 - x + 1} = \frac{x}{x^2 - x + 1} = f(x)$	3 أ
🍀 يجب دائما البدئ بالطرف الذي يمكن إجراء حسابات عليه كالنشر و توحيد المقام...		

لدينا حسب السؤال الثاني  $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) \leq 1$  ، إذن ،  $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(1-x) \leq 1$

منه :  $\forall x \in \mathbb{R} \quad -f(1-x) \geq -1$  و بما أن :  $\forall x \in \mathbb{R} \quad \frac{1}{x^2 - x + 1} > 0$

ب فإن :  $\forall x \in \mathbb{R} \quad -f(1-x) + \frac{1}{x^2 - x + 1} > -1$  بالتالي  $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) > -1$

وجود المكتم الكوني  $\forall$  في عبارة يعني إمكانية التعويض بأي قيمة أو تعبير يحقق شرط العبارة، بمعنى أنه لكون  $1-x \in \mathbb{R}$  فإننا نستطيع إستبداله ب  $x$  في العبارة الأصلية.

تمرين 3 :  $f(x) = x^2 - x$  ،  $g(x) = \sqrt{x}$  ،  $(\Delta): y = -2x + 2$

$$Dg = \{x \in \mathbb{R} / x \geq 0\} = [0; +\infty[$$

$x$	0	$+\infty$
$f(x)$	0	

1

$x$	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f(x)$		$-\frac{1}{4}$	

$f$  عبارة عن دالة حدودية من الدرجة الثانية  
إذن تمثيلها المبياني عبارة عن شلجم

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{-1}{4} \quad , \quad \frac{-b}{2a} = \frac{1}{2}$$

2

لنحدد نقط تقاطع  $Cf$  مع محوري المعلم

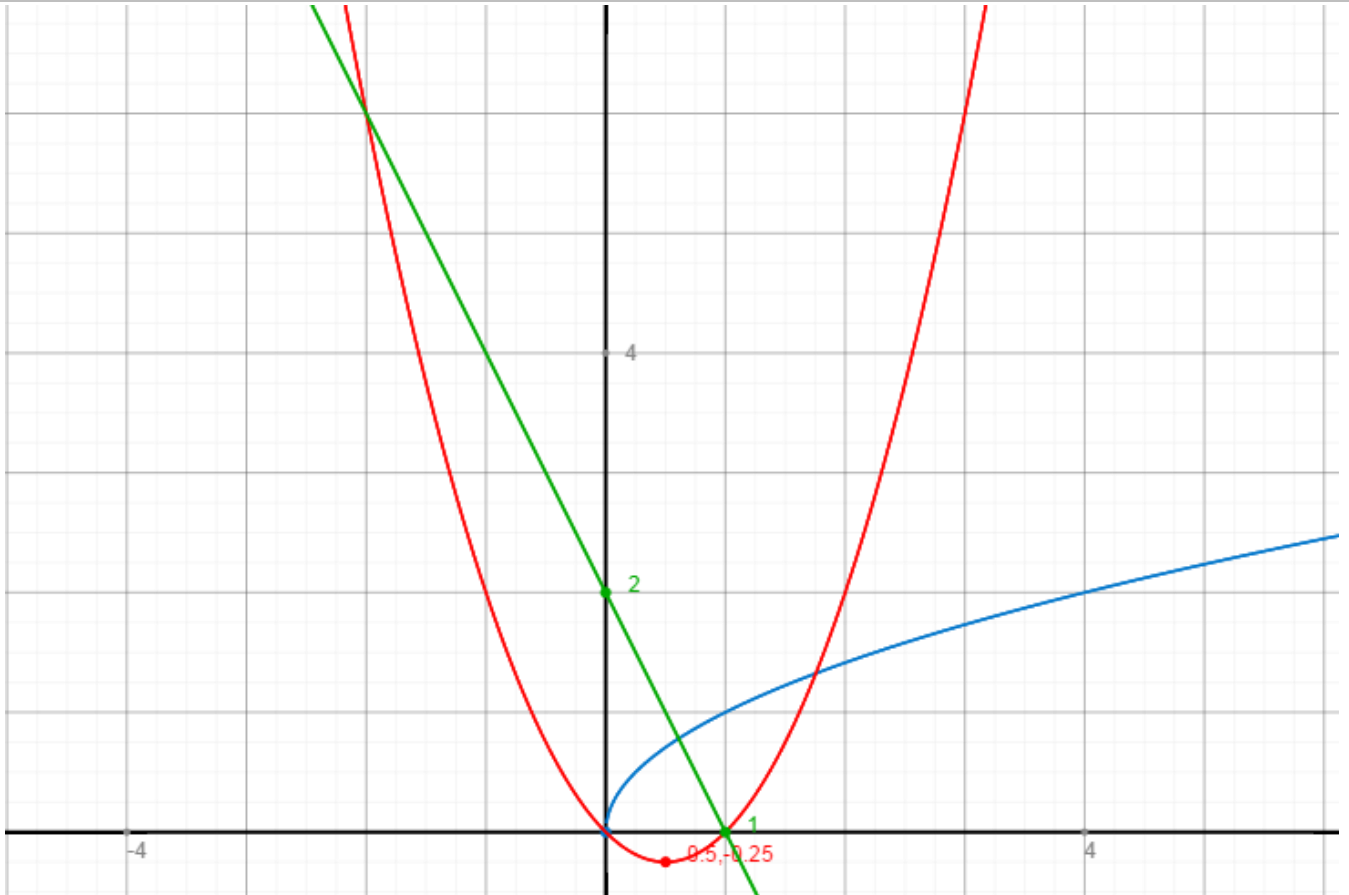
من أجل ذلك نحل المعادلة :  $x=0$  ou  $x=1$   $\Leftrightarrow x(x-1)=0 \Leftrightarrow x^2 - x = 0 \Leftrightarrow f(x)=0$

إذن  $Cf$  يقطع محور الأفاصيل في النقطتين :  $A(0,0)$  و  $B(1,0)$

وبما أن  $f(0)=0$  فإن  $Cf$  يقطع محور الأرتيب في النقطة :  $A(0,0)$

3

دائما لتحديد نقط التقاطع مع محور الأفاصيل نحل المعادلة  $f(x)=0$  و مع الأرتيب نحسب  $f(0)$



4

	<p>المعادلة: <math>\sqrt{x} + 2x - 2 = 0</math> تكافئ <math>\sqrt{x} = -2x + 2</math></p> <p>إذن لمعرفة عدد حلولها مبيانيا نبحث عن عدد نقط تقاطع منحيي الدالة <math>g</math> و <math>(\Delta)</math> ونجد أن هذه المعادلة تقبل حلا وحيدا (تقاطع اللونين الأزرق والأخضر)</p>	5
	<p>طلب منا في هذا السؤال فقط عدد الحلول وليس تحديد هذه الحلول، في تلك الحالة سيكون علينا البحث عن أفاصيل نقط التقاطع مما سيتطلب أن يكون تمثيلنا المبياني دقيقا.</p>	
	<p>لنحدد جبريا إحداثيات نقط تقاطع <math>Cf</math> و <math>(\Delta)</math></p> <p>لنحل المعادلة: <math>x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 - x + 2x - 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 - x = -2x + 2 \Leftrightarrow f(x) = -2x + 2</math></p> <p><math>x_1 = \frac{-1-3}{2} = -2</math> و <math>x_2 = \frac{-1+3}{2} = 1</math> منه <math>\Delta = 1 + 8 = 9</math></p> <p>بالتالي <math>Cf</math> و <math>(\Delta)</math> يتقاطعان في النقطتين: <math>E(1; 0)</math> و <math>F(-2; 6)</math></p>	6
	<p>حل مبيانيا المتراجحة: <math>f(x) + 2x \geq 2</math></p> <p>المتراجحة تكافئ <math>f(x) \geq -2x + 2</math>، إذن سنبحث عن المجال الذي يكون فيه منحنى الدالة <math>f</math> فوق منحنى المستقيم <math>(\Delta)</math>، ونجد: <math>S = ]-\infty; -2] \cup [1; +\infty[</math></p>	7
	<p><math>f([-\infty; 0]) = [0; +\infty[</math> ، <math>f([2; +\infty]) = [2; +\infty[</math> ، <math>g\left(\left[\frac{1}{4}; +\infty\right]\right) = \left[\frac{1}{2}; +\infty\right[</math> ، <math>g\left(\left[0; \frac{1}{4}\right]\right) = \left[0; \frac{1}{2}\right]</math></p>	8
<p>استعملنا التمثيل المبياني للدالتين <math>f</math> و <math>g</math> لتحديد صور المجالات المطلوبة</p>		
	<p><math>Dh = [0; +\infty[</math> : منه <math>h(x) = f \circ g(x) = f(g(x)) = (\sqrt{x})^2 - \sqrt{x} = x - \sqrt{x}</math></p>	أ
	<p>يجب تحديد مجموعة تعريف المركب قبل التبسيط، بمعنى أننا وجدنا مجموعة التعريف انطلاقا من <math>x - \sqrt{x}</math> وليس من <math>(\sqrt{x})^2 - \sqrt{x}</math></p>	
	<p>نعلم أن <math>g</math> تزايدية على <math>I = \left[0; \frac{1}{4}\right]</math> و <math>g(I) = \left[0; \frac{1}{2}\right]</math></p> <p>وبما أن <math>f</math> تناقصية على <math>\left[0; \frac{1}{2}\right]</math> فإن <math>h</math> تناقصية على <math>I</math></p> <p>نعلم <math>g</math> تزايدية على <math>J = \left[\frac{1}{4}; +\infty\right[</math> و <math>g(J) = \left[\frac{1}{2}; +\infty\right[</math></p> <p>وبما أن <math>f</math> تزايدية على <math>\left[\frac{1}{2}; +\infty\right[</math> فإن <math>h</math> تزايدية على <math>I</math></p>	9 ب

فرض تجريبي من اقتراح أذ سمير لخريسي - مدة الانجاز ساعتان

تمرين 1 :

1, اعط نفي العبارة (P<sub>1</sub>):  $\forall x \in \mathbb{R} \exists y \in \mathbb{R}^+ y^2 \geq x$

(P<sub>2</sub>):  $x^2 + y = y^2 + x \Rightarrow (x = y \text{ ou } x + y = 1)$

2, بين أن العبارة (P<sub>2</sub>) صحيحة

3, بين بالترجع أن:  $\forall n \in \mathbb{N} \quad 1+3+5+\dots+(2n+1) = (n+1)^2$

4, مستعملا الاستدلال بفصل الحالات بين أن:  $\forall x \in \mathbb{R} \quad \sqrt{4x^2+3} \geq 2x$

تمرين 2 : نعتبر الدالة:  $f(x) = \frac{x}{x^2 - x + 1}$

1, حدد Df

2, بين أن الدالة f تقبل قيمة قصوى في النقطة 1

3, أ) بين أن:  $\forall x \in Df \quad f(x) = -f(1-x) + \frac{1}{x^2 - x + 1}$

ب) استنتج أن:  $\forall x \in Df \quad f(x) > -1$

تمرين 3 :

نعتبر الدالتين:  $f(x) = x^2 - x$  و  $g(x) = \sqrt{x}$  و المستقيم  $(\Delta): y = -2x + 2$

1, حدد Dg و اعط جدول تغيراتها

2, اعط جدول تغيرات الدالة f

3, حدد نقط تقاطع Cf مع محوري المعلم

4, أنشئ في نفس المعلم المنحنيين Cg و Cf و (Δ)

5, حدد مبيانيا عدد حلول المعادلة:  $\sqrt{x} + 2x - 2 = 0$

6, حدد جبريا إحداثيات نقط تقاطع Cf و (Δ)

7, حل مبيانيا المتراجة:  $f(x) + 2x \geq 2$

8, حدد صور المجالات:  $I = \left[0; \frac{1}{4}\right]$  و  $J = \left[\frac{1}{4}; +\infty\right[$  بالدالة g و صور  $K = [2; +\infty[$  و  $L = ]-\infty; 0]$  بالدالة f

9, لتكن الدالة:  $h(x) = f \circ g(x)$

أ- حدد h(x) و احسب مجموعة تعريفها

ب- حدد تغيرات الدالة h على كل من المجالين I و J