تصحيح فرض 1 :

التمرين 1 :

*1 لدينا : $f(x)=\frac{1}{4}x^2+1$

f دالة حدودية و $\frac{-b}{2a}=0$

بما أن : $\frac{1}{4}\geqslant 0$

فإن :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	↘	1	↗

* لدينا $g(x)=\frac{x+4}{x+3}$ دالة متخاطبة

و : $\Delta=\begin{vmatrix}1 & 4\\ 1 & 3\end{vmatrix}=3-4$

$\Delta=-1<0$

يعني :

x	$-\infty$	-3	$+\infty$
$g(x)$	↘	‖	↘

*2 لدينا : $f(x)=0$

يعني : $\frac{1}{4}x^2+1=0$

أي : $\frac{1}{4}x^2=-1$ لا يمكن

إذن ليس لهذه المعادلة حل

يعني أن (C_f) لا يقطع محور الأفاصيل

* لدينا : $g(x)=0$

يعني : $\frac{x+4}{x+3}=0$

إذن : $\boxed{x=-4}$

يعني أن (C_g) يقطع محور الأفاصيل في $A(-4,0)$

*3 لدينا : $g(x)=f(x)$

أي : $\frac{x+4}{x+3}=\frac{1}{4}x^2+1$

$$\frac{x^2(x+3)}{4}+(x+3)=x+4$$

$$x^3+3x^2+\cancel{4x}+12=\cancel{4x}+16$$

$$x^3+3x^2-4=0$$

نلاحظ أن 1 جذر لهذه الحدودية

يعني x^3+3x^2-4 تقبل القسمة على $x-1$

$$\begin{array}{r|l} x^3+3x^2-4 & x-1 \\ \cline{2-2} -x^3+x^2 & x^2+4x+4 \\ \cline{1-1} 4x^2 & \\ -4x^2+4x & \\ \cline{1-1} 4x-4 & \\ -4x+4 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

يعني : $(x^3+3x^2-4)=(x-1)(x^2+4x+4)$

إذن : $(x-1)(x^2+4x+4)=0$

أي : $(x-1)(x+2)^2=0$

ومنه فإن $g(x)=f(x)$ تكتب على شكل

$$\boxed{(x-1)(x+2)^2=0}$$

ب- لدينا حسب ما سبق

$$(x-1)(x+2)^2=0$$

يعني : $x-1=0$ أو $x+2=0$

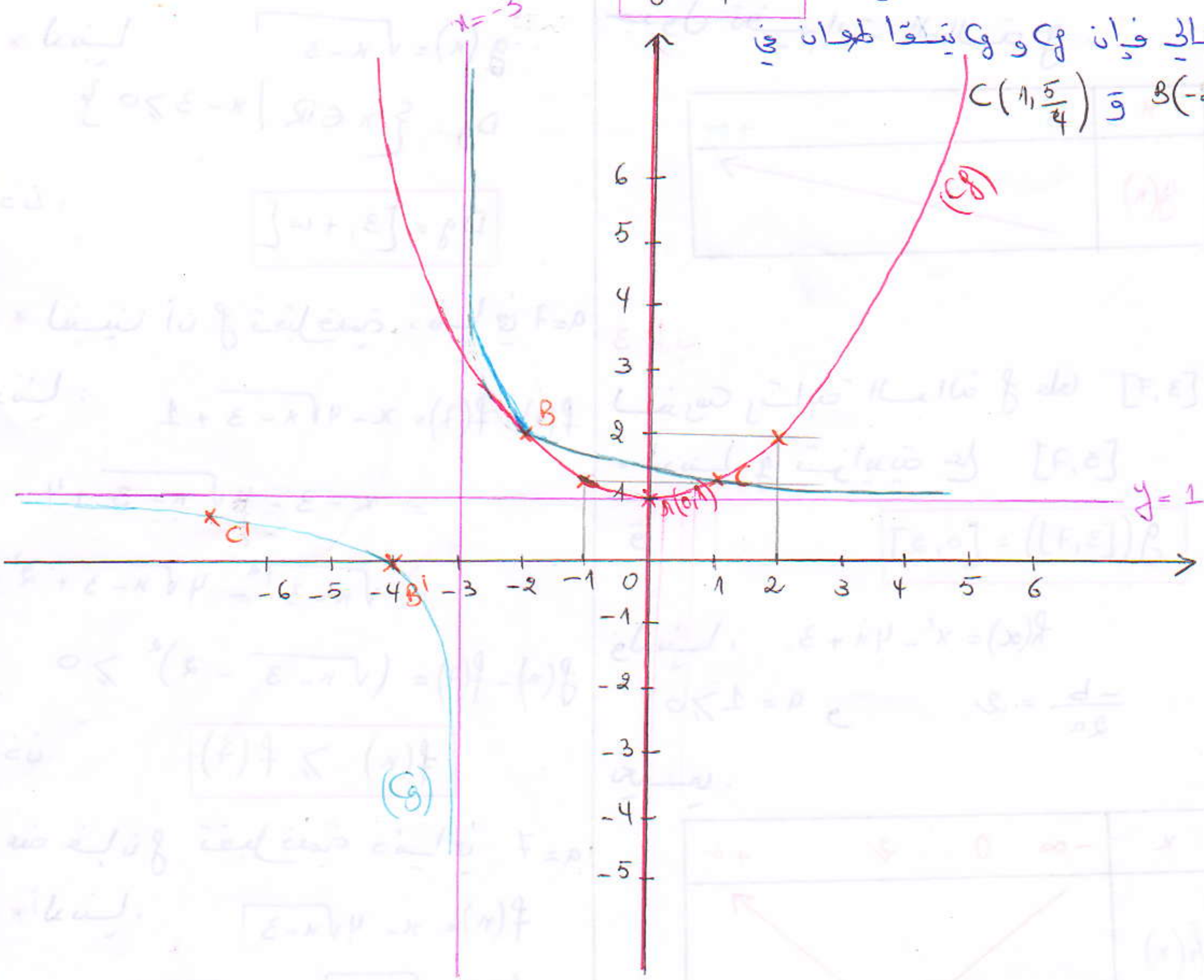
إذن : $\boxed{x=1}$ أو $\boxed{x=-2}$

لدينا من أجل $x=1$ ، $\boxed{g(1)=\frac{5}{4}}$

ومن أجل $x = -2$ فإن ، $\boxed{g(-2) = 2}$

وبالتالي فإن C_g و C_f يتقاطعان في

$B(-2,2)$ و $C(1,\frac{5}{4})$



لدينا: $\frac{4}{x+3} \leq x^2$

يعني: $\frac{1}{x+3} \leq \frac{1}{4}x^2$

$$\frac{1}{x+3} + 1 \leq \frac{1}{4}x^2 + 1$$

$$\frac{x+4}{x+3} \leq \frac{1}{4}x^2 + 1$$

إذن: $\boxed{g(x) \leq f(x)}$

حسب المبيان ، فإن: $S =]-\infty,-3[\cup [1,+\infty[\cup \{-2\}$

التمرين 2 :

1* لدينا $g(x)=\sqrt{x-3}$

$$D_g=\{x\in\mathbb{R} \mid x-3\geq 0\}$$

إذن : $\boxed{D_g=[3,+\infty[}$

2* لنبين أن f تقبل قيمة دنيا في $a=7$

لدينا : $f(x)-f(7)=x-4\sqrt{x-3}+1$

$$=x-3-4\sqrt{x-3}+4$$

$$=\sqrt{x-3}^2-4\sqrt{x-3}+2^2$$

$$f(x)-f(7)=\left(\sqrt{x-3}-2\right)^2\geq 0$$

إذن $\boxed{f(x)\geq f(7)}$

ومنه فإن f تقبل قيمة دنيا في $a=7$

3* أ لدينا : $f(x)=x-4\sqrt{x-3}$

$$f(x)=\sqrt{x-3}^2-4\sqrt{x-3}+3$$

$$f(x)=\left(g(x)\right)^2-4\left(g(x)\right)+3.$$

إذن : $f(x)=(h\circ g)(x)$

يعني : $\boxed{h(x)=x^2-4x+3}$

جدول تغيرات الدالة g.

x	3 $\quad$ $+\infty$
$g(x)$	$\nearrow$

3* ب

لندرس رتابة الدالة f على $[3,7]$

لدينا g تزايدية على $[3,7]$

و $\boxed{g([3,7])=[0,2]}$

ولدينا ، $h(x)=x^2-4x+3.$

$a=1\geq 0$ و $\frac{-b}{2a}=2$

يعني :

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$h(x)$	$\searrow$		-1	$\nearrow$

من خلال جدول الإشارات.

لدينا h تناقصية على $[0,2]$

وبالتالي فإن f دالة تناقصية على $[3,7]$

التمرين 3 :

*1 لدينا : $f(x) = \dfrac{x - E(x)}{x+1 - E(x)}$

يعني : $D_f = \{x \in \mathbb{R} \mid x + 1 - E(x) \neq 0\}$

نعلم أن : $x - 1 < E(x) \leq x$

يعني : $-x \leq -E(x) < 1 - x$

إذن : $\boxed{1 \leq x + 1 - E(x) < 2}$ ومنه فإن $x+1-E(x) \neq 0$ شرط محقق

وبالتالي فإن : $\boxed{D_f = \mathbb{R}}$

*2 لدينا : $f(x) = \dfrac{x - E(x)}{x+1 - E(x)}$

$$f(x+1) = \frac{x+1 - E(x+1)}{x+2 - E(x+1)}$$

$$f(x+1) = \frac{x + \cancel{1} - E(x) - \cancel{1}}{x + 2 - E(x) - 1}$$

إذن : $f(x+1) = \dfrac{x - E(x)}{x + 1 - E(x)}$ ومنه : $\boxed{f(x+1) = f(x)}$

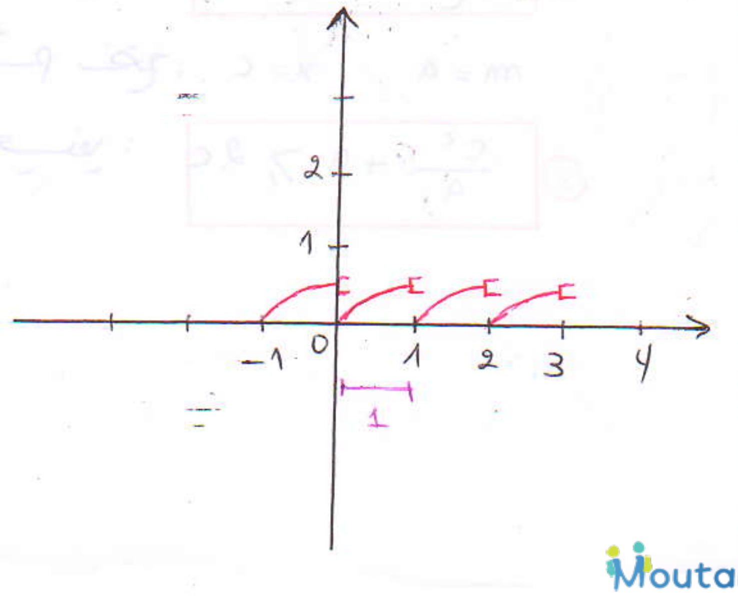
وبالتالي نستنتج أن f دورية دورها $T = 1$

*3 في المجال $[0,1[$

بما أن $x \in [0,1[$ فإن $E(x) = 0$

إذن : $\boxed{f(x) = \dfrac{x}{x+1}}$.

*4 لنرسم جزء المنحنى للدالة f على $]-1,3[$



التمرين 4:

*1 لدينا: $f_m(x)=\frac{x^2}{m}-2x$

لدينا: $\frac{-b}{2a}=m$.

بما أن: $\frac{1}{m}>0$ فإن:

x	$-\infty$	m	$+\infty$
$f(x)$	↘	$-m$	↗

لدينا $f_m(x)=\frac{x^2}{m}-2x$

يعني: $f_m(m)=\frac{m^2}{m}-\frac{2m^2}{m}$

إذن: $\boxed{f_m(m)=-m}$

*لدينا حسب جدول التغيرات:

$f_m(x)\geq -m$

يعني: $\frac{x^2}{m}-2x\geq -m$

إذن: $\boxed{\frac{x^2}{m}+m\geq 2x}$

2* لدينا $\frac{x^2}{m}+m\geq 2x$

نضع $m=b$ و $x=a$

يعني ① $\boxed{\frac{a^2}{b}+b\geq 2a}$

ثم نضع $m=c$ و $x=b$

يعني: ② $\boxed{\frac{b^2}{c}+c\geq 2b}$

ثم نضع: $m=a$. $x=c$

يعني: ③ $\boxed{\frac{c^2}{a}+a\geq 2c}$

من 1 و 2 و 3 وبجمع طرفا بطرف نحصل على:

$$\frac{a^2}{b}+b+\frac{b^2}{c}+c+\frac{c^2}{a}+c\geq 2a+2b+2c$$

$$\frac{a^2}{b}+\frac{b^2}{c}+\frac{c^2}{a}\geq 2a+2b+2c-a-b-c$$

ومنه: $\boxed{\frac{a^2}{b}+\frac{b^2}{c}+\frac{c^2}{a}\geq a+b+c}$

من إنجاز:

* هبة لمرابط الشعري

2017-2016	فرض رقم 1	الأولى علوم رياضية

فرض رقم

التمرين الأول:

نعتبر الدالتين f و g المعرفتين بما يلي : $f(x)=\frac{1}{4}x^2+1$ و $g(x)=\frac{x+4}{x+3}$

ليكن (C_f) و (C_g) منحنيا الدالتين في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$

1) أنجز جدول تغيرات كل من الدالتين f و g

2) حل المعادلتين $f(x)=0$ و $g(x)=0$ ثم أعط تأويلا هنديا للنتيجتين

3) أ) بين أن المعادلة $f(x)=g(x)$ تكتب أيضا $(x-1)(x+2)^2=0$

ب) استنتج نقط تقاطع المنحنيين (C_f) و (C_g)

4) أرسم في نفس المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ المنحنيين (C_f) و (C_g)

5) حدد مبيانيا مجموعة حلول المعادلة $\frac{4}{x+3}\leq x^2$

التمرين الثاني:

نعتبر الدالتين f و g المعرفتين بما يلي : $f(x)=x-4\sqrt{x-3}$ و $g(x)=\sqrt{x-3}$

1) حدد D_f و أنجز جدول تغيرات الدالة g

2) بين أن f تقبل قيمة دنيا في النقطة $a=7$

3) أ) حدد دالة مرجعية h بحيث يكون $f(x)=(h\circ g)(x)$

ب) أدرس رتابة الدالة f على المجال $[3,7]$

التمرين الثالث:

لتكن F الدالة العددية المعرفة بما يلي : $F(x)=\frac{x-E(x)}{x+1-E(x)}$

1) بين أن مجموعة تعريف الدالة F هي $D=\mathbb{R}$

2) تحقق أن F دورية دورها $T=1$

3) أكتب تعبيرا للدالة F على المجال $[0,1[$

4) أرسم جزء المنحنى للدالة F على المجال $[-1,3[$

التمرين الرابع:

ليكن m عدد حقيقي موجب قطعا و نعتبر الدالة f_m بحيث : $f_m(x)=\frac{x^2}{m}-2x$

1) أنجز جدول تغيرات الدالة f_m و استنتج أن $\frac{x^2}{m}+m\geq 2x$ لكل x من $\mathbb{R}$

2) ليكن a ; b و c أعداد حقيقية من $\mathbb{R}^{+*}$. استنتج مما سبق أن $\frac{a^2}{b}+\frac{b^2}{c}+\frac{c^2}{a}\geq a+b+c$