# تصحيح الفرض المحروس 1 الدورة II من طرف التلميذ بكر كامل

## 01 التمرين الاول

لنملأ الجدول التالي :

| | |
|---|---|
| $f_g'(2)=\frac{1}{2}$ ‖ $f_d'(2)=2$ | $f_d'\left(\frac{1}{2}\right)=0$ |
| النقطة C التي أفصولها $x_0 = 2$ تسمى نقطة انعطاف . | f غير قابلة للاشتقاق في 2 . |

| x | $-\infty$ | | $\frac{1}{2}$ | | 2 | | 3 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | + | | − | | + | ‖ | − | |
| تغيرات f | -2.5 | ↗ | 2.9 | ↘ | 2 | ↗ | $+\infty$ ‖ $+\infty$ | ↘ | $-\infty$ |

## -02 التمرين الثاني:

لنحسب مشتقات f(x) في كل حالة :

-1- $f(x)=\left(x^3-\frac{3}{2}x^2+8\right)^7$

$$f'(x)=\left[\left(x^3-\frac{3}{2}x^2+8\right)^7\right]' \Leftrightarrow f'(x)=7\left(x^3-\frac{3}{2}x^2+8\right)^6\left(3x^2-3x\right)$$

خلاصة : $f'(x)=7\left(x^3-\frac{3}{2}x^2+8\right)^6\left(3x^2-3x\right)$

-2- $f(x)=\frac{x^2+2x}{x+5}$

$$f'(x)=\left(\frac{x^2+2x}{x+5}\right)' \Leftrightarrow f'(x)=\frac{\left(x^2+2x\right)'\times(x+5)-(x+5)'\times\left(x^2+2x\right)}{(x+5)^2}$$

$$\Leftrightarrow f'(x)=\frac{-3x^2}{(x+5)^2}$$

خلاصة : $f'(x)=\frac{-3x^2}{(x+5)^2}$

-3- $f(x)=x\sqrt{x^2+1}$

$$f(x)'=\left[x\sqrt{x^2+1}\right]' \Leftrightarrow f(x)'=x'\left(\sqrt{x^2+1}\right)+\left(\sqrt{x^2+1}\right)'x$$

$$\Leftrightarrow f(x)'=\sqrt{x^2+1}+2\frac{2x}{2\sqrt{x^2+1}}$$

$$\Leftrightarrow f(x)'=\sqrt{x^2+1}+\frac{2x}{\sqrt{x^2+1}}$$

$$\Leftrightarrow f(x)'=\frac{(x+1)^2}{\sqrt{x^2+1}}$$

خلاصة : $f(x)'=\frac{(x+1)^2}{\sqrt{x^2+1}}$

-4- $f(x)=5\sin(3x)+2\cos\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$

$$f(x)'=\left[5\sin(3x)+2\cos\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)\right]' \Leftrightarrow f(x)'=15\cos(3x)-4\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$$

خلاصة : $f(x)'=15\cos(3x)-4\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$

## -03- التمرين الثالث :

1) -أ- لنتحقق ان $D_f$ مجموعة تعريف $f$ هي $\mathbb{R}$

$$x\in D_f \Leftrightarrow \sqrt{x^2+1}>0$$

$$\Leftrightarrow x^2+1>0$$

$$\Leftrightarrow x^2>-1$$

و هذا دائما صحيح

خلاصة : $D_f=\mathbb{R}$

- ب - لنبين أن $f$ زوجية :

★ لدينا لكل $x\in D_f$ كذلك $-x\in D_f$

★ و لدينا :

$$f(-x)=\sqrt{(-x)^2+1}+\frac{4}{\sqrt{(-x)^2+1}} \Leftrightarrow f(-x)=\sqrt{x^2+1}+\frac{4}{\sqrt{x^2+1}}$$

$$\Leftrightarrow f(-x)=f(x)$$

خلاصة : $f$ زوجية

ج- تحديد $D_E$ مجموعة دراسة $f$ :

بما أن $f$ زوجية يكفي دراستها على المجال $[0,+\infty[$

خلاصة : $D_E=[0,+\infty[$

2) أ- لنحسب النهاية $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\sqrt{x^2+1}+\frac{4}{\sqrt{x^2+1}} \Leftrightarrow \lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$$

لأن

$$\left( \lim_{x\to+\infty}\frac{4}{\sqrt{x^2+1}}=0 \text{ و } \lim_{x\to+\infty}\sqrt{x^2+1}=+\infty \right)$$

خلاصة : $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

ب - لنتحقق أن : $\lim_{x\to+\infty}(f(x)-x)=0$

$$\begin{aligned}\lim_{x\to+\infty}(f(x)-x)&=\lim_{x\to+\infty}\sqrt{x^2+1}+\frac{4}{\sqrt{x^2+1}}-x\\&=\lim_{x\to+\infty}\sqrt{x^2+1}-x+\frac{4}{\sqrt{x^2+1}}\\&=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2+1-x^2}{\sqrt{x^2+1}+x}+\frac{4}{\sqrt{x^2+1}}\\&=\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{\sqrt{x^2+1}+x}+\frac{4}{\sqrt{x^2+1}}\\&=0\end{aligned}$$

لأن

$$\left( \lim_{x\to+\infty}\frac{1}{\sqrt{x^2+1}+x}=0 \text{ و } \lim_{x\to+\infty}\frac{4}{\sqrt{x^2+1}}=0 \right)$$

خلاصة : $\lim_{x\to+\infty}(f(x)-x)=0$

ج - لنعطي تأويلا هندسيا للنتيجة المحصل عليها:

بما ان $\lim_{x\to+\infty}(f(x)-x)=0$ فإن المستقيم ذو المعادلة $y=x$ مقارب مائل ل $C_f$ بجوار $\pm\infty$

3) أ- لنبين أن لكل $x$ من $D_f$

$$f'(x)=\frac{x\left(x^2-3\right)}{\sqrt{\left(x^2+1\right)^3}}$$

$$f'(x)=\left[\sqrt{x^2+1}+\frac{4}{\sqrt{x^2+1}}\right]'\Leftrightarrow f'(x)=\frac{2x}{2\sqrt{x^2+1}}+4\left(-\frac{2x}{2\sqrt{x^2+1}}\times\frac{1}{\left(\sqrt{x^2+1}\right)^2}\right)$$

$$\Leftrightarrow f'(x)=\frac{x\left(\sqrt{x^2+1}\right)^2-4x}{\left(\sqrt{x^2+1}\right)^3}$$

$$\Leftrightarrow f'(x)=\frac{x^3+x-4x}{\left(\sqrt{x^2+1}\right)^3}$$

$$\Leftrightarrow f'(x)=\frac{x\left(x^2-3\right)}{\left(\sqrt{x^2+1}\right)^3}$$

خلاصة :

$$f'(x)=\frac{x\left(x^2-3\right)}{\left(\sqrt{x^2+1}\right)^3}$$

- ب - لنحدد إشارة $f'$ على $\mathbb{R}$:

إشارة $f'$ هي إشارة $x\left(x^2-3\right)$

| $x$ | $-\infty$ | | $-\sqrt{3}$ | | $0$ | | $\sqrt{3}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

خلاصة :

- $f'(x)\geq 0$ على المجال $\left[-\sqrt{3},0\right]\cup\left[\sqrt{3},+\infty\right[$
- $f'(x)\leq 0$ على المجال $\left]-\infty,-\sqrt{3}\right]\cup\left[0,\sqrt{3}\right]$

ج- جدول تغيرات على $D_E$ ثم على $D_F$

* على $D_E = \left[0,+\infty\right[$

| $x$ | $0$ | | $\sqrt{3}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f$ | $5$ | $\searrow$ | $4$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

* على $D_F = \mathbb{R}$

| $x$ | $-\infty$ | | $-\sqrt{3}$ | | $0$ | | $\sqrt{3}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $4$ | $\nearrow$ | $5$ | $\searrow$ | $4$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

4) لنستنتج تقعر المنحنى $C_f$ و أنه يقبل نقطتي إنعطاف على $D_F$ :

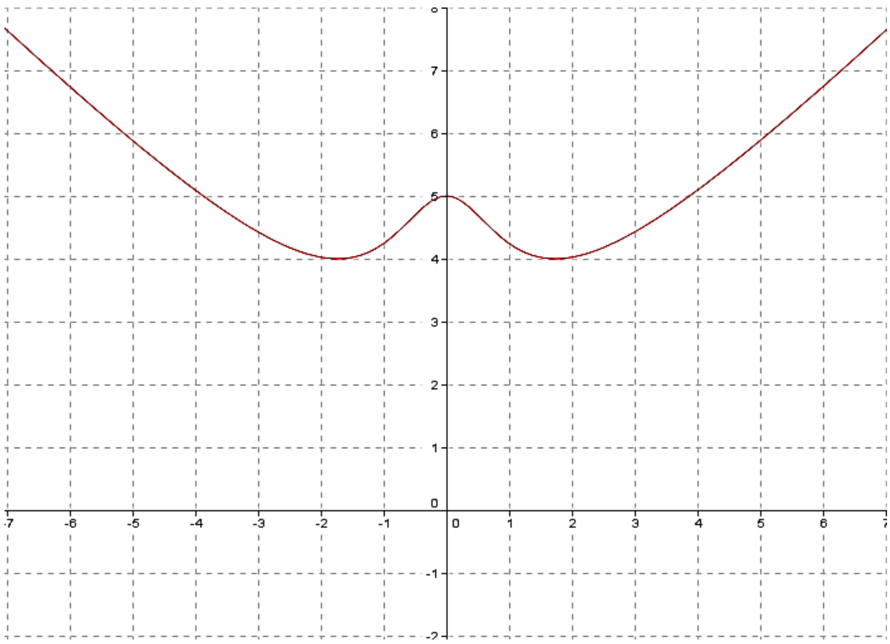
| $x$ | $-\infty$ | | $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ | | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f''$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| تقعر $f$ | | | | | | | |

لدينا: $f''(x)=0$ عند $x=-\frac{\sqrt{3}}{3}$ أو $x=\frac{\sqrt{3}}{3}$

و منه $C_f$ يقبل نقطتي انعطاف.

خلاصة : $C_f$ يقبل نقطتي إنعطاف.

5) إنشاء $C_f$




-04- التمرين الرابع:

1) لنحدد صيغة الشلجم :

من أجل ذلك نحل النظمة
$$\begin{cases} f(0)=8 \\ f(6)=0 \\ f(-6)=0 \end{cases}$$

نعلم أن صيغة الشلجم تكتب على شكل $f(x):\ ax^2+bx+c=0$

و منه :

$$\left.\begin{matrix} f(0)=8 \\ f(6)=0 \\ f(-6)=0 \end{matrix}\right\} \Leftrightarrow \begin{cases} c=8 \\ 36a+6b+8=0 \\ 36a-6b+8=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} c=8 \\ a=\dfrac{-9}{2} \\ b=0 \end{cases}$$

خلاصة : $f(x): \frac{-9}{2}x^2+8=0$

**2)** لنعطي $S(x)$ مساحة المثلث بدلالة $x$

$$S(x)=\frac{(x+6)\times y}{2} \Leftrightarrow S(x)=\frac{(x+6)\times f(x)}{2}$$

$$\Leftrightarrow S(x)=\frac{(x+6)\times\left(\frac{-9}{2}x^2+8\right)}{2}$$

$$\Leftrightarrow S(x)=\frac{\frac{-9}{2}x^3-27x^2+8x+48}{2}$$

$$\Leftrightarrow S(x)=-\frac{9}{4}x^3-\frac{27}{2}x^2+4x+24$$

خلاصة : $S(x)=-\frac{9}{4}x^3-\frac{27}{2}x^2+4x+24$

**3)** لنحدد إحداثيتي $p$ التي من أجلها تكون $S(x)$ قصوية:

لدينا: $S'(x)=\frac{-27}{4}x^2-27x+4$

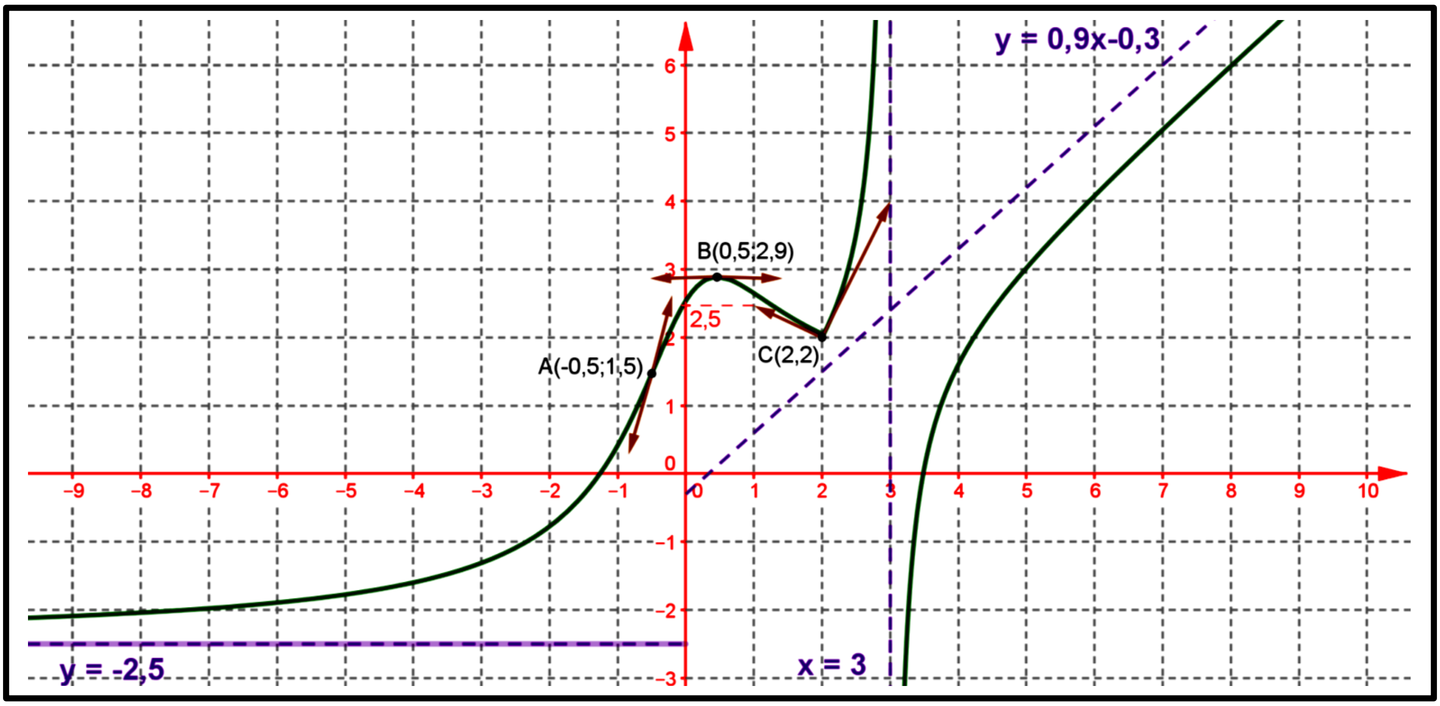
الاسم: ........................................................الرقم........

الأستاذ: بنموسى محمد ثانوية: عمر بن عبد العزيز المستوى: 1 علوم رياضية

الصفحة الإسم ...................................... الرقم : ........... يوم : 04 / 03 / 2015 فرض كتابي رقم 5

## 01. ...( 0,5 ن × 6 + 1 ن )....................................................................... 4 ن

الشكل التالي يمثل منحنى دالة عددية f و بعض المماسات ونصف المماسات.




استعن بمربعات الشكل ثم أجيب عن الأسئلة التالية.

| | | |
|---|---|---|
| $f'\left(\frac{1}{2}\right) =$ ....... | $f_d'(2) =$ ......... | $f_g'(2) =$ ........ |
| هل f قابلة للاشتقاق في $x_0 = 2$ ☐ نعم ☐ لا | | النقطة C التي أفصولها $x_0 = 2$ تسمى : ........................ |

أعط تجدول تغيرات الدالة f

| | |
|---|---|
| x | |
| f '(x) | |
| f(x) | |

عدد نقط انعطاف الدالة f هو ................

## 02. نقط ............................................................................................... 4

أحسب f ' الدالة المشتقة للدالة f حيث :

**.1** $f(x) = \left(x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 8\right)^7$ **.2** $f(x) = \frac{x^2 + 2x}{x + 5}$ **.3** $f(x) = x\sqrt{x^2 + 1}$ **.4** $f(x) = 5\sin 3x + 2\cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$

## 03. ............................................................................................... 8 نقط

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي المعرفة ب :

الأستاذ: بنموسى محمد ثانوية: عمر بن عبد العزيز المستوى: 1 علوم رياضية

الصفحة 5 الإسم ..................................... الرقم : ........... يوم : 04 / 03 / 2015 فرض كتابي رقم 2

$$f(x)=\sqrt{x^2+1}+\frac{4}{\sqrt{x^2+1}}$$

ليكن $(\mathcal{C}_f)$ منحنى الدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$.

**1.** أ- تحقق بأن: $D_f$ مجموعة تعريف f هي $\mathbb{R}$. ............ ( 0,5 ن)

ب – بين أن : f زوجية. ............ ( 0,5 ن)

ج – حدد $D_E$ مجموعة دراسة f. ............ ( 0,5 ن)

**2.** أ - أحسب نهاية التالية: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. ............ ( 0,5 ن)

ب- تحقق بأن: $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-x\right)=0$ ............ ( 1 ن)

ج - أعط تأويلا هندسيا لنتيجة المحصل عليها. ............ ( 0,5 ن)

**3.** أ - بين أن : $f'(x)=\dfrac{x\left(x^2-3\right)}{\sqrt{\left(x^2+1\right)^3}}$ لكل x من $D_f$. ............ ( 1 ن)

ب – حدد إشارة $f'(x)$ على $D_f$. ............ ( 0,5 ن)

ج - ضع جدول تغيرات f على $[0,+\infty[$ ثم على $D_f$. ............ ( 0,5 ن + 0,5 ن )

**4.** نقبل أن: $f''(x)=\dfrac{3\left(3x^2-1\right)}{\sqrt{\left(x^2+1\right)^5}}$ لكل x من $D_f$.

استنتج تقعر منحنى الدالة f و أن المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ يقبل نقطتي انعطاف على $D_f$. ............ ( 0,5 ن + 0,5 ن )

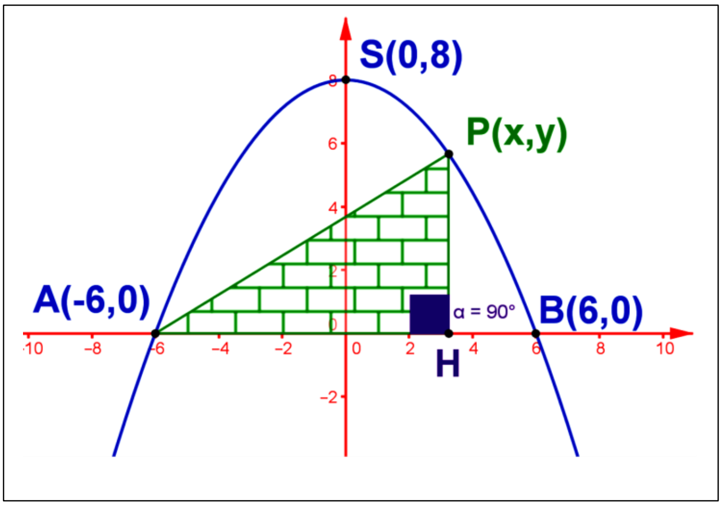
**5.** أنشئ $(\mathcal{C}_f)$ ( نأخذ $\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=1cm$ و $\sqrt{3}\approx 1,7$ ). ............ ( 1 ن)

معلل طريقة إنشاء المنحنى على المجال $]-\infty,0[$.

## .04 ............ 4 نقط

الشكل التالي يمثل منحنى لشلجم الدالة g يقطع محور الأفاصيل في $A(-6,0)$ و $B(6,0)$ . لنعتبر النقطة $P(x,y)$ تتنقل بين A و B وتأخذ الشلجم كمسار لها .

H المسقط العمودي للنقطة P على محور الأفاصيل ( انظر الشكل ) .




**1.** حدد صيغة الشلجم .

**2.** أعط $S(x)$ مساحة المثلث بدلالة x .

**3.** حدد إحداثيتي P من أجلها مساحة المثلث APH تكون قصوية .

**4.** أعط المساحة القصوة .

سلم التنقيط هو : 1 ن + 1 ن + 1.5 ن + 0.5 ن