

تصحيح الفرض المحروس 3 في مادة الرياضيات الدورة الأولى

المدة : ...

أستاذ المادة : يوسف ادحوم

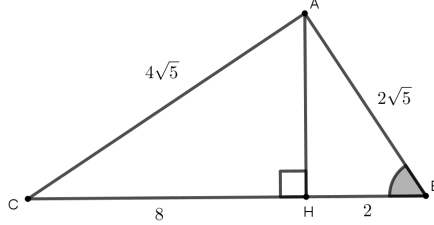
التمرين الأول : 9 نقاط

نعتبر الشكل التالي بحيث : $AB = 2\sqrt{5}$ و $BH = 2$ و $CH = 8$ و $BC = 10$ و $AC = 4\sqrt{5}$

[2 ن]

[2 ن]

[3 ن]



1 أحسب المسافة AH

2 بين أن المثلث ABC قائم الزاوية.

3 أحسب النسب المثلثية للزاوية الحادة \widehat{ABC}

4 لتكن النقطة L المسقط العمودي للنقطة H على المستقيم (AB) .

[2 ن]

بين أن : $LH = 2 \times \sin(\widehat{ABH})$ ثم استنتج المسافة LH

الجواب :

1 حساب المسافة AH

لدينا المثلث ABH قائم الزاوية في H وحسب مبرهنة فيثاغورس المباشرة،

$$AB^2 = AH^2 + BH^2 \quad \text{يعني} \quad (2\sqrt{5})^2 = AH^2 + 2^2 \quad \text{يعني} \quad 20 = AH^2 + 4 \quad \text{إذن} \quad AH^2 = 16$$

$$\boxed{AH = 4} \quad \text{وبالتالي}$$

2 لنبين أن المثلث ABC قائم الزاوية.

لدينا أطوال أضلاع المثلث ABC هي : $AB = 2\sqrt{5}$ و $AC = 4\sqrt{5}$ و $BC = 10$

إذن أطول ضلع هو الضلع $[BC]$ يعني أن $BC^2 = 10^2 = 100$

$$\text{ولدينا :} \quad AB^2 + AC^2 = (2\sqrt{5})^2 + (4\sqrt{5})^2 = 80 + 20 = 100$$

إذن : $\boxed{BC^2 = AB^2 + AC^2}$ ومنه حسب مبرهنة فيثاغورس العكسية المثلث ABC قائم الزاوية في النقطة A

3 حساب النسب المثلثية للزاوية الحادة \widehat{ABC}

$$\boxed{\tan(\widehat{ABC}) = \frac{AC}{AB} = \frac{4\sqrt{5}}{2\sqrt{5}} = 2}$$

$$\boxed{\sin(\widehat{ABC}) = \frac{AC}{BC} = \frac{4\sqrt{5}}{10}}$$

$$\boxed{\cos(\widehat{ABC}) = \frac{AB}{CB} = \frac{2\sqrt{5}}{10}}$$

4 لتكن النقطة L المسقط العمودي للنقطة H على المستقيم (AB) .

$$\text{لنبين أن :} \quad LH = 2 \times \sin(\widehat{ABH})$$

لدينا L المسقط العمودي للنقطة A على المستقيم (BC) يعني أن المثلث HLB قائم الزاوية في L

$$\text{إذن :} \quad \sin(\widehat{LBH}) = \frac{LH}{BH} = \frac{LH}{2} \quad \text{ومنه :} \quad \boxed{LH = 2 \times \sin(\widehat{LBH})} \quad \text{وبما أن :} \quad \widehat{LBH} = \widehat{ABH}$$

$$\text{فإن :} \quad \sin(\widehat{LBH}) = \sin(\widehat{ABH}) \quad \text{ومنه :} \quad \boxed{LH = 2 \times \sin(\widehat{ABH})}$$

• استنتج المسافة LH

$$\text{لدينا :} \quad LH = 2 \times \sin(\widehat{ABH}) \quad \text{وبما أن :} \quad \widehat{ABH} = \widehat{ABC}$$

$$\text{فإن :} \quad \sin(\widehat{ABH}) = \sin(\widehat{ABC}) \quad \text{ومنه :} \quad LH = 2 \times \sin(\widehat{ABC}) = 2 \times \frac{4\sqrt{5}}{10} = \frac{4\sqrt{5}}{5}$$

[ن 1] $X = \sin(33^\circ) - \cos(57^\circ) + \tan(20^\circ) \times \tan(70^\circ)$ بسط : 1

[ن 1] $Y = \sin^2(73^\circ) + 2\cos^2(72^\circ) + \sin^2(17^\circ) + 2\cos^2(18^\circ)$

2 ليكن x قياس زاوية حادة غير منعدمة، بحيث : $\cos(x) = \frac{2}{5}$

[ن 3] أحسب : $\sin(x)$ و $\tan(x)$

3 ليكن y قياس زاوية حادة غير منعدمة :

[ن 2] $\frac{[\cos(y) + \sin(y)]^2 - 1}{1 - \cos^2(y)} = \frac{2}{\tan(y)}$ بين أن :

الجواب :

1 التبسيط :

$$X = \sin(33^\circ) - \cos(57^\circ) + \tan(20^\circ) \times \tan(70^\circ)$$

$$X = \sin(33^\circ) - \sin(33^\circ) + \tan(20^\circ) \times \frac{1}{\tan(20^\circ)}$$

$$X = 0 + 1 = 1$$

$$Y = \sin^2(73^\circ) + 2\cos^2(72^\circ) + \sin^2(17^\circ) + 2\cos^2(18^\circ)$$

$$Y = \sin^2(73^\circ) + \sin^2(17^\circ) + 2\cos^2(72^\circ) + 2\cos^2(18^\circ)$$

$$Y = \sin^2(73^\circ) + \cos^2(73^\circ) + 2\cos^2(72^\circ) + 2\sin^2(72^\circ)$$

$$Y = 1 + 2 = 3$$

2 ليكن x قياس زاوية حادة غير منعدمة، بحيث : $\cos(x) = \frac{2}{5}$

حساب : $\sin(x)$

لدينا : $\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$ يعني أن : $\sin^2(x) + \left(\frac{2}{5}\right)^2 = 1$ يعني أن : $\sin^2(x) + \frac{4}{25} = 1$

يعني أن : $\sin^2(x) = 1 - \frac{4}{25} = \frac{21}{25}$ وبما أن : $\sin(x) > 0$ فإن : $\sin(x) = \sqrt{\frac{21}{25}} = \frac{\sqrt{21}}{5}$

$$\tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)} = \frac{\frac{\sqrt{21}}{5}}{\frac{2}{5}} = \frac{\sqrt{21}}{2}$$

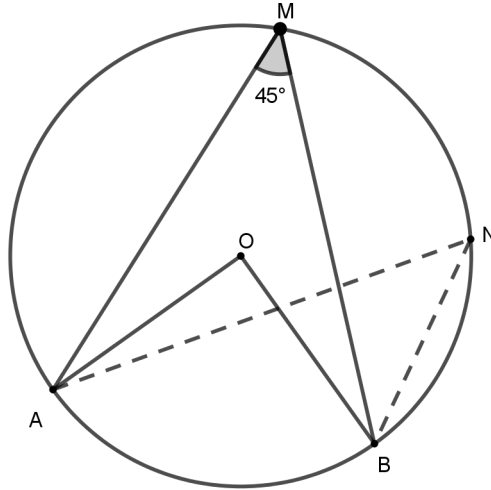
• حساب : $\tan(x)$

3 ليكن y قياس زاوية حادة غير منعدمة :

لنبين أن : $\frac{[\cos(y) + \sin(y)]^2 - 1}{1 - \cos^2(y)} = \frac{2}{\tan(y)}$

$$\frac{[\cos(y) + \sin(y)]^2 - 1}{1 - \cos^2(y)} = \frac{\cos^2(y) + 2\cos(y)\sin(y) + \sin^2(y) - 1}{\sin^2(y)} = \frac{2\cos(y)\sin(y) + \cos^2(y) + \sin^2(y) - 1}{\sin^2(y)}$$

$$= \frac{2\cos(y)\sin(y) + 1 - 1}{\sin^2(y)} = \frac{2\cos(y)\sin(y)}{\sin^2(y)} = \frac{2\cos(y)\sin(y)}{\sin(y)\sin(y)} = \frac{2\cos(y)}{\sin(y)} = \frac{2}{\tan(y)}$$



[1,5 ن]

[1,5 ن]

[1 ن]

نعتبر الشكل جانبه، بحيث النقطة O مركز الدائرة .

A و M و B نقط من الدائرة بحيث $\widehat{AMB} = 45^\circ$
 نقطة N من القوس الصغير \widehat{BM} (أنظر الشكل)

1 حدد قياس الزاوية \widehat{ANB} ، معللا جوابك.

2 بين أن: $\widehat{AOB} = 90^\circ$

3 استنتج أن المثلث AOB قائم الزاوية ومتساوي الساقين.

الجواب :

1 تحديد قياس الزاوية \widehat{ANB}

لدينا الزاويتان \widehat{ANB} و \widehat{AMB} محيطيتان تحصران نفس القوس \widehat{AB}

إذن: $\widehat{ANB} = \widehat{AMB} = 45^\circ$

2 لنبين أن: $\widehat{AOB} = 90^\circ$

لدينا الزاوية المحيطية \widehat{AMB} مرتبطة بالزاوية المركزية \widehat{AOB} لأنهما تحصران نفس القوس \widehat{AB}

إذن: $\widehat{AOB} = 2 \times \widehat{AMB} = 2 \times 45^\circ = 90^\circ$

3 استنتج أن المثلث قائم الزاوية و ABM متساوي الساقين.

لدينا: $\widehat{AOB} = 90^\circ$ إذن المثلث AOB قائم الزاوية في O

وبما أن: $OA = OB$ لأن النقطتين A و B تنتميان للدائرة التي مركزها O

فإن المثلث AOB متساوي الساقين في O

وبالتالي المثلث AOB قائم الزاوية ومتساوي الساقين في O

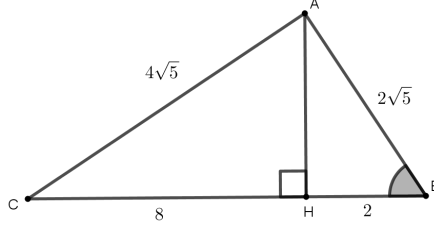
التمرين الأول: 9 نقاط

نعتبر الشكل التالي بحيث: $AB = 2\sqrt{5}$ و $BH = 2$ و $CH = 8$ و $BC = 10$ و $AC = 4\sqrt{5}$

[2 ن]

[2 ن]

[3 ن]



1 أحسب المسافة AH

2 بين أن المثلث ABC قائم الزاوية.

3 أحسب النسب المثلثية للزاوية الحادة \widehat{ABC}

4 لتكن النقطة L المسقط العمودي للنقطة H على المستقيم (AB) .

[2 ن]

بين أن: $LH = 2 \times \sin(\widehat{ABH})$ ثم استنتج المسافة LH

التمرين الثاني: 7 نقاط

[1 ن]

1 بسط: $X = \sin(33^\circ) - \cos(57^\circ) + \tan(20^\circ) \times \tan(70^\circ)$

[1 ن]

$Y = \sin^2(73^\circ) + 2\cos^2(72^\circ) + \sin^2(17^\circ) + 2\cos^2(18^\circ)$

[3 ن]

2 ليكن x قياس زاوية حادة غير منعدمة، بحيث: $\cos(x) = \frac{2}{5}$

أحسب: $\sin(x)$ و $\tan(x)$

3 ليكن y قياس زاوية حادة غير منعدمة:

[2 ن]

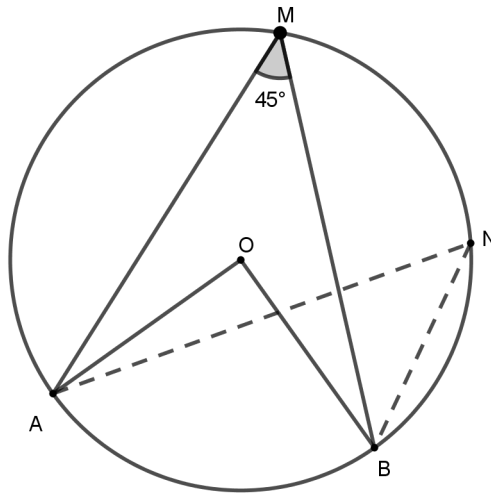
بين أن: $\frac{[\cos(y) + \sin(y)]^2 - 1}{1 - \cos^2(y)} = \frac{2}{\tan(y)}$

التمرين الثالث: 4 نقاط

[1,5 ن]

[1,5 ن]

[1 ن]



نعتبر الشكل جانبه، بحيث النقطة O مركز الدائرة.

A و M و B نقط من الدائرة بحيث $\widehat{AMB} = 45^\circ$

N نقطة من القوس الصغير \widehat{BM} (أنظر الشكل)

1 حدد قياس الزاوية \widehat{ANB} ، معللا جوابك.

2 بين أن: $\widehat{AOB} = 90^\circ$

3 استنتج أن المثلث AOB قائم الزاوية ومتساوي الساقين.