بسم الله الرحمان الرحيم

تمارين تطبيقية
المعلم في المستوى

تمرين I

في مستوى منسوب إلى معلم متعامد وممنظم

نعتبر النقط $A(2;-3)$ و $B(-3;2)$ و $C(-3;-2)$ و $D(3;2)$

1°) حدد إحداثيتا النقط M و N و Q منتصفات القطع $[AB]$ و $[BC]$ و $[DA]$ على التوالي

2°) احسب إحداثيتا المتجهتين $\vec{MN}$ و $\vec{QO}$ ثم استنتج طبيعة الرباعي MNOQ ; انشئ شكلا مناسبا

تمرين II

نعتبر النقط $A(-3;4)$ و $B(1;-2)$ و $C(6;1)$ و $D(2;7)$

1°) مثل جميع النقط في مستوى منسوب إلى معلم متعامد وممنظم $(O;I;J)$

2°) هل الرباعي ABCD مستطيلا ؟ علل جوابك

تمرين III

نقط في $E(-1;2)$ و $F(-3;6)$ و $G(-7;-1)$

مستوى منسوب إلى معلم متعامد وممنظم $(O;I;J)$

1°) احسب أطوال أضلاع المثلث EFG

2°) بين أن المثلث EFG قائم الزاوية ; انشئ شكلا مناسبا

تمرين IV

المعلم $(O;I;J)$ متعامد وممنظم

1°) بين أن المثلث MNP حيث $M(2;4)$ و $N(-1;1)$ و $P(3;1)$ محاط بالدائرة (C) التي مركزها $\Omega(1;2)$ وشعاعها $\sqrt{5}$

2°) انشئ الشكل

تمرين V

نعتبر النقط $A(-3;4)$ و $B(1;-2)$ و $C(2;4)$ و $D(2;7)$

1°) حدد احداثيتي النقط M و N و P و Q حيث :

$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{NA}$ و $\overrightarrow{CQ} = -2\overrightarrow{DQ}$ و $\overrightarrow{PA} = \overrightarrow{AC} + 3\overrightarrow{PC}$

2°) أنشئ النقط A و B و C و D و M و N و P و Q في مستوى منسوب إلى معلم متعامد وممنظم $(O;I;J)$

تمرين VI

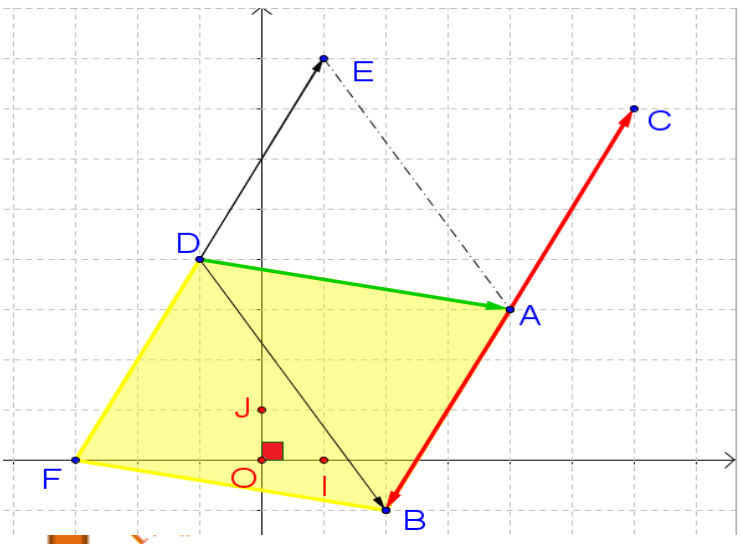
1-) حدد مبيانيا زوج إحداثيتي كل من المتجهات $\vec{AB}$ و $\vec{AF}$ و $\vec{AC}$ و $\vec{AD}$ و $\vec{AE}$

2°) حدد مبيانيا زوج إحداثيتي كل من النقط A و B و C و D و E و F ثم تحقق حسابيا من أن :

a-) $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ متقابلان

b-) ADFB متوازي الأضلاع

c-) النقطة D منتصف $[EF]$



بسم الله الرحمان الرحيم

حلول - Solutions - حلول

إشارات - Indications

تمرين I

1-) لنحدد إحداثيتا النقط M و N و Q منتصفات القطع $[AB]$ و $[CB]$ و $[AD]$

*) إحداثيتا M

لدينا M منتصف $[AB]$: $A(2;-3)$ و $B(-3;2)$

إذن :

$$x_M = \frac{x_A+x_B}{2} \quad \text{و} \quad y_M = \frac{y_A+y_B}{2}$$
$$x_M = \frac{2-3}{2} \quad \text{و} \quad y_M = \frac{-3+2}{2}$$
$$x_M = \frac{-1}{2} \quad \text{و} \quad y_M = \frac{-1}{2}$$
$$M\left(\frac{-1}{2}\ ;\ \frac{-1}{2}\right)$$

*) إحداثيتا N

لدينا N منتصف $[CB]$: $C(-3;-2)$ و $B(-3;2)$

و إذن :

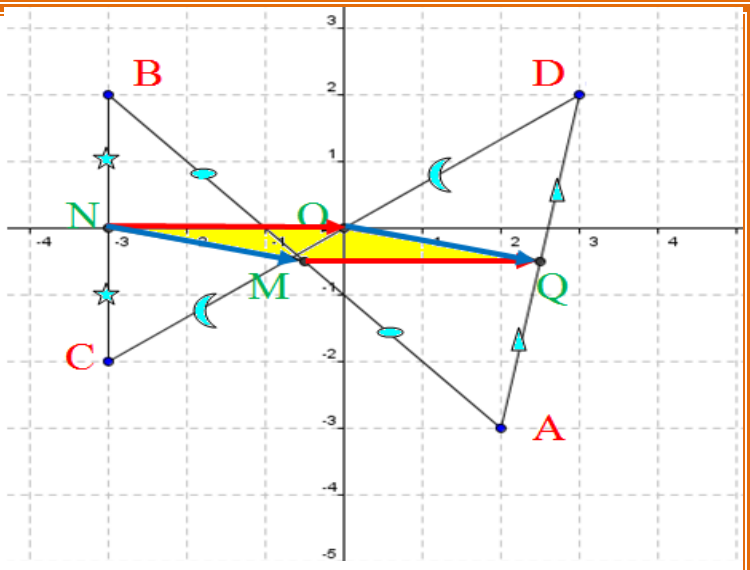
$$x_N = \frac{x_C+x_B}{2} \quad \text{و} \quad y_N = \frac{y_C+y_B}{2}$$
$$x_N = \frac{-3-3}{2} \quad \text{و} \quad y_N = \frac{-2+2}{2}$$
$$x_N = \frac{-6}{2} = -3 \quad \text{و} \quad y_N = 0$$
$$N(-3\ ;\ 0)$$

*) إحداثيتا Q

لدينا Q منتصف $[AD]$: $A(2;-3)$ و $D(3;2)$

إذن :

$$x_Q = \frac{x_A+x_D}{2} \quad \text{و} \quad y_Q = \frac{y_A+y_D}{2}$$
$$x_Q = \frac{2+3}{2} \quad \text{و} \quad y_Q = \frac{-3+2}{2}$$
$$x_Q = \frac{5}{2} \quad \text{و} \quad y_Q = \frac{-1}{2}$$
$$Q\left(\frac{5}{2}\ ;\ \frac{-1}{2}\right)$$



2-) لنحسب إحداثيتا كل من المتجهتين $\overrightarrow{MN}$ و $\overrightarrow{QO}$ ثم نستنتج طبيعة الرباعي MNOQ

*) حساب $\overrightarrow{MN}$

لدينا $M\left(\frac{-1}{2}\ ;\ \frac{-1}{2}\right)$ و $N(-3\ ;\ 0)$ إذن :

$$\overrightarrow{MN}(x_N - x_M; y_N - y_M)$$
$$\overrightarrow{MN}\left(-3-\frac{-1}{2}; 0-\frac{-1}{2}\right)$$
$$\overrightarrow{MN}\left(\frac{-6+1}{2}; \frac{1}{2}\right)$$
$$\overrightarrow{MN}\left(\frac{-5}{2}; \frac{1}{2}\right)$$

*) حساب $\overrightarrow{QO}$

لدينا $Q\left(\frac{5}{2}\ ;\ \frac{-1}{2}\right)$ و $O(0\ ;\ 0)$ إذن :

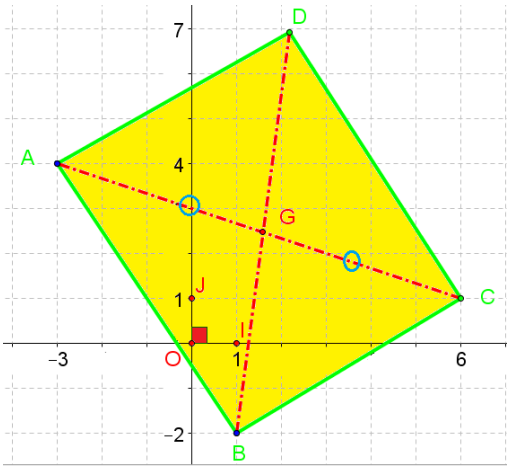
$$\overrightarrow{QO}(x_O - x_Q; y_O - y_Q)$$
$$\overrightarrow{QO}\left(0-\frac{5}{2}; 0-\frac{-1}{2}\right)$$
$$\overrightarrow{QO}\left(\frac{-5}{2}; \frac{1}{2}\right)$$

*) الإستنتاج لدينا $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QO}$ تعني أن الرباعي MNOQ متوازي الأضلاع

يتبع

بسم الله الرحمان الرحيم

تمرين II



1°) لنبين أن ABCD مستطيل

لدينا $A(-3;4)$ و $C(6;1)$ إذن :

$\frac{x_A+x_C}{2}=\frac{-3+6}{2}$ و $\frac{y_A+y_C}{2}=\frac{4+1}{2}$

$\frac{x_A+x_C}{2}=\frac{3}{2}$ و $\frac{y_A+y_C}{2}=\frac{5}{2}$

لدينا $D(2;7)$ و $B(1;-2)$ إذن :

$\frac{x_D+x_B}{2}=\frac{2+1}{2}$ و $\frac{y_D+y_B}{2}=\frac{7-2}{2}$

$\frac{x_D+x_B}{2}=\frac{3}{2}$ و $\frac{y_D+y_B}{2}=\frac{5}{2}$

لدينا القطران $[AC]$ و$[BD]$ لهما نفس المنتصف ذو الإحداثيتين $\frac{3}{2}$ و$\frac{5}{2}$ وهذا يعني أن ABCD متوازي الأضلاع

لدينا $A(-3;4)$ و $C(6;1)$ إذن :

$$AC^2=(6+3)^2+(-3-4)^2$$
$$AC^2=9^2+(7)^2$$
$$AC^2=81+49$$
$$AC^2=130$$

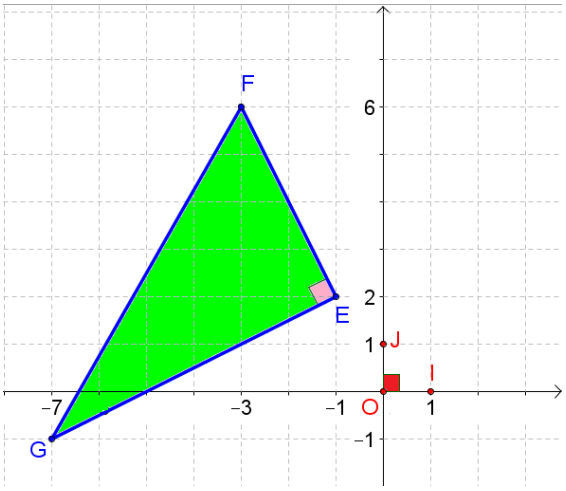
لدينا $B(1;-2)$ و $D(2;7)$ إذن :

$$BD^2=(2-1)^2+(7+2)^2$$
$$BD^2=(1)^2+(9)^2$$
$$BD^2=1+81$$
$$BD^2=82$$
$$BD=\sqrt{82}$$

لدينا إذن : $BD \neq AC$

وبما أن قطرا ABCD غير متساويين فإن ABCD ليس مستطيلا بل متوازي الأضلاع فقط

تمرين III



1°- لنحسب أطوال أضلاع المثلث EFG

لدينا $E(-1;2)$ و $F(-3;6)$ إذن :

$$EF=\sqrt{(-3+1)^2+(6-2)^2}$$
$$EF=\sqrt{(2)^2+(4)^2}$$
$$EF=\sqrt{4+16}$$
$$EF=\sqrt{20}$$
$$EF=2\sqrt{5}$$

لدينا $E(-1;2)$ و $G(-7;-1)$ إذن :

$$EG=\sqrt{(-7+1)^2+(-1-2)^2}$$
$$EG=\sqrt{(-6)^2+(-3)^2}$$
$$EG=\sqrt{36+9}$$
$$EG=\sqrt{45}$$

يتبع

بسم الله الرحمان الرحيم

لدينا $F(-3;6)$ و $G(-7;-1)$ إذن :

$$FG = \sqrt{(x_G - x_F)^2 + (y_G - y_F)^2}$$
$$FG = \sqrt{(-7+3)^2 + (-1-6)^2}$$
$$FG = \sqrt{(-4)^2 + (-7)^2}$$
$$FG = \sqrt{16+49}$$
$$FG = \sqrt{65}$$

2- لنبين أن المثلث EFG قائم الزاوية

لدينا $FG = \sqrt{65}$ إذن $FG^2 = 65$ و

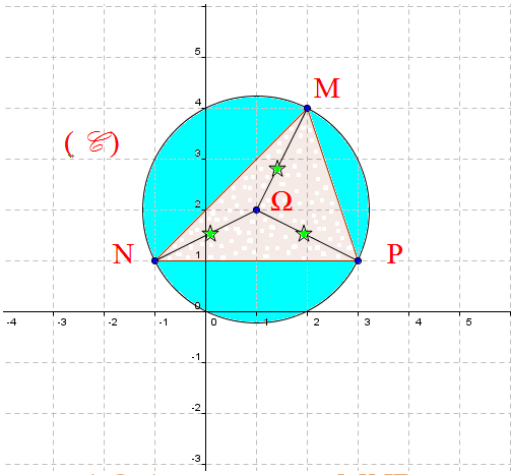
$EG = \sqrt{45}$ إذن $EG^2 = 45$ و

$EF = \sqrt{20}$ إذن $EF^2 = 20$ و

إذن $EG^2 + EF^2 = FG^2$ وحسب خ.ف.ع فإن

EFG مثلث قائم الزاوية في E

تمرين IV



1- لنبين أن المثلث MNP محاط بالدائرة (𝒞) التي مركزها $\Omega(1;2)$ وشعاعها $\sqrt{5}$

لدينا $M(2;4)$ و $\Omega(1;2)$ إذن :

$$\Omega M = \sqrt{(x_M - x_\Omega)^2 + (y_M - y_\Omega)^2}$$
$$\Omega M = \sqrt{(2-1)^2 + (4-2)^2}$$
$$\Omega M = \sqrt{(1)^2 + (2)^2}$$
$$\Omega M = \sqrt{1+4}$$
$$\Omega M = \sqrt{5}$$

لدينا $N(-1;1)$ و $\Omega(1;2)$ إذن :

$$\Omega N = \sqrt{(x_N - x_\Omega)^2 + (y_N - y_\Omega)^2}$$
$$\Omega N = \sqrt{(-1-1)^2 + (1-2)^2}$$

$$\Omega N = \sqrt{4+1}$$

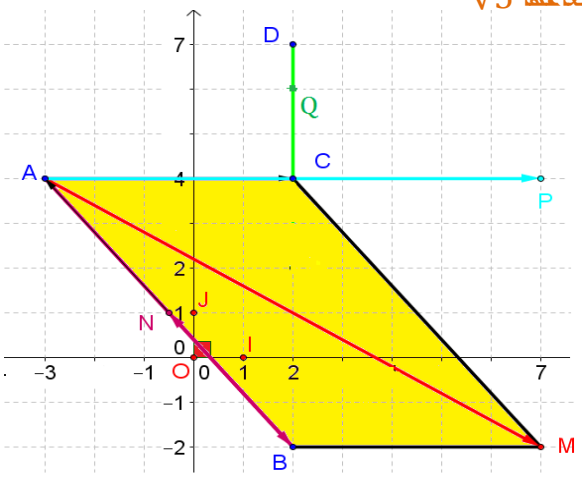
لدينا $P(3;1)$ و $\Omega(1;2)$ إذن :

$$\Omega P = \sqrt{(x_P - x_\Omega)^2 + (y_P - y_\Omega)^2}$$
$$\Omega P = \sqrt{(3-1)^2 + (1-2)^2}$$

$$\Omega P = \sqrt{4+1}$$

لدينا $\Omega M = \Omega N = \Omega P = \sqrt{5}$ إذن M و N و P تنتمي إلى الدائرة (𝒞) التي مركزها Ω وشعاعها $\sqrt{5}$ ومنه فإن المثلث MNP محاط بالدائرة (𝒞) التي مركزها $\Omega(1;2)$ وشعاعها $\sqrt{5}$

تمرين V



1- لنحدد إحداثيتي النقط M و N و P و Q

*) إحداثيتا M

لتكن $M(x_M; y_M)$ حيث $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

طريقة 1

يتبع

بسم الله الرحمان الرحيم

لدينا $\overrightarrow{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A)$

$\overrightarrow{AB}(2+3; -2-4)$

$\overrightarrow{AB}(5; -6)$

ولدينا $\overrightarrow{AC}(x_C - x_A; y_C - y_A)$

$\overrightarrow{AC}(2+3; 4-4)$

$\overrightarrow{AC}(5; 0)$

إذن $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}\ (5+5; -6+0)$

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}\ (10; -6)$

ولدينا $\overrightarrow{AM}(x_M - x_A; y_M - y_A)$

$\overrightarrow{AM}(x_M + 3; y_M - 4)$

ولدينا إذن $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

تعني أن $x_M + 3 = 10$ و $y_M - 4 = -6$

تعني أن $x_M = 10 - 3$ و $y_M = -6 + 4$

إذن $x_M = 7$ و $y_M = -2$

$M(7; -2)$

طريقة 2

ولدينا $\overrightarrow{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A)$

$\overrightarrow{AB}(2+3; -2-4)$

$\overrightarrow{AB}(5; -6)$

و $\overrightarrow{CM}(x_M - x_C; y_M - y_C)$

$\overrightarrow{CM}(x_M - 2; y_M - 4)$

ولدينا $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ تعني أن ABMC متوازي الأضلاع تعني أن $\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{AB}$

تعني أن $x_M - 2 = 5$ و $y_M - 4 = -6$

تعني أن $x_M = 5 + 2$ و $y_M = -6 + 4$

$x_M = 7$ و $y_M = -2$

*) إحداثيتا N

لتكن $N(x_N; y_N)$ حيث: $\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{NA}$

طريقة 1

$\overrightarrow{NA}(x_A - x_N; y_A - y_N)$

$\overrightarrow{NA}(-3 - x_N; 4 - y_N)$

ولدينا $\overrightarrow{BN}\ (x_N - x_B; y_N - y_B)$

$\overrightarrow{BN}\ (x_N - 2; y_N + 2)$

ولدينا $\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{NA}$ تعني أن

$x_N - 2 = -3 - x_N$ و $y_N + 2 = 4 - y_N$

تعني أن $2x_N = -3 + 2$ و $2y_N = 4 - 2$

تعني أن $2x_N = -1$ و $2y_N = 2$

تعني أن $x_N = \frac{-1}{2}$ و $y_N = \frac{2}{2}$

تعني أن $x_N = \frac{-1}{2}$ و $y_N = 1$

$N\left(1; \frac{-1}{2}\right)$

طريقة 2

لدينا $\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{NA}$ تعني أن N منتصف $[AB]$ و $A(-3; 4)$ و $B(2; -2)$ إذن :

تعني أن $x_N = \frac{x_A + x_B}{2}$ و $y_N = \frac{y_A + y_B}{2}$

تعني أن $x_N = \frac{-3+2}{2}$ و $y_N = \frac{4-2}{2}$

تعني أن $x_N = \frac{-1}{2}$ و $y_N = \frac{2}{2}$

$x_N = \frac{-1}{2}$ و $y_N = 1$

*) إحداثيتا Q

لدينا $\overrightarrow{CQ} = -2\overrightarrow{DQ}$ تعني أن $\overrightarrow{CQ} = 2\overrightarrow{QD}$

تعني أن $\overrightarrow{QD}(x_D - x_Q; y_D - y_Q)$

و لدينا $\overrightarrow{QD}(2 - x_Q; 7 - y_Q)$

و لدينا $2\ \overrightarrow{QD}(4 - 2x_Q; 14 - 2y_Q)$

تعني أن $\overrightarrow{CQ}(x_Q - x_C; y_Q - y_C)$

و لدينا $\overrightarrow{CQ}(x_Q - 2; y_Q - 4)$ تعني أن $\overrightarrow{CQ} = 2\overrightarrow{QD}$

و $4 - 2x_Q = x_Q - 2$ $14 - 2y_Q = y_Q - 4$

تعني أن $-3x_Q = -4 - 2$ و $-3y_Q = -14 - 4$

يتبع

بسم الله الرحمان الرحيم

$-3x_Q=-6$ و $-3y_Q=-18$ تعني أن

$x_Q=\frac{-6}{-3}$ و $y_Q=-\frac{18}{-3}$ تعني أن

$x_Q=2$ و $y_Q=6$ تعني أن

$Q(2;6)$

لنحدد إحداثيتا P

طريقة 1

$\overrightarrow{PA}=\overrightarrow{AC}+3\overrightarrow{PC}$ تعني أن

$\overrightarrow{PA}=\overrightarrow{AC}+3(\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{AC})$ تعني أن

$\overrightarrow{PA}=\overrightarrow{AC}+3\overrightarrow{PA}+3\overrightarrow{AC}$ تعني أن

$\overrightarrow{PA}-3\overrightarrow{PA}=4\overrightarrow{AC}$ تعني أن

$-2\overrightarrow{PA}=4\overrightarrow{AC}$ تعني أن

$\overrightarrow{PA}=-2\overrightarrow{AC}$ تعني أن

$\overrightarrow{PA}=2\overrightarrow{CA}$ تعني أن

C منتصف $[AP]$ تعني أن

$x_C=\frac{x_P+x_A}{2}$ و $y_C=\frac{y_P+y_A}{2}$ تعني أن

$2=\frac{x_P-3}{2}$ و $4=\frac{y_P+4}{2}$ تعني أن

$4=x_P-3$ و $8=y_P+4$ تعني أن

$4+3=x_P$ و $8-4=y_P$ تعني أن

$7=x_P$ و $4=y_P$ تعني أن

$P(7;4)$

طريقة 2

لدينا $\overrightarrow{PC}(x_C-x_P;y_C-y_P)$

$\overrightarrow{PC}(2-x_P;4-y_P)$

$\overrightarrow{3PC}(6-3x_P;12-3y_P)$

ولدينا $\overrightarrow{AC}(x_C-x_A;y_C-y_A)$

$\overrightarrow{AC}(2+3;4-4)$

$\overrightarrow{AC}(5;0)$

إذن $\overrightarrow{AC}+3\overrightarrow{PC}\ (5+6-3x_P;0+12-3y_P)$

أي $\overrightarrow{AC}+3\overrightarrow{PC}\ (11-3x_P;12-3y_P)$

ولدينا $\overrightarrow{PA}(x_A-x_P;y_A-y_P)$

$\overrightarrow{PA}(-3-x_P;4-y_P)$

إذن $11-3x_P=-3-x_P$ و $12-3y_P=4-y_P$

تعني أن $-2x_P=-3-11$ و $-2y_P=4-12$

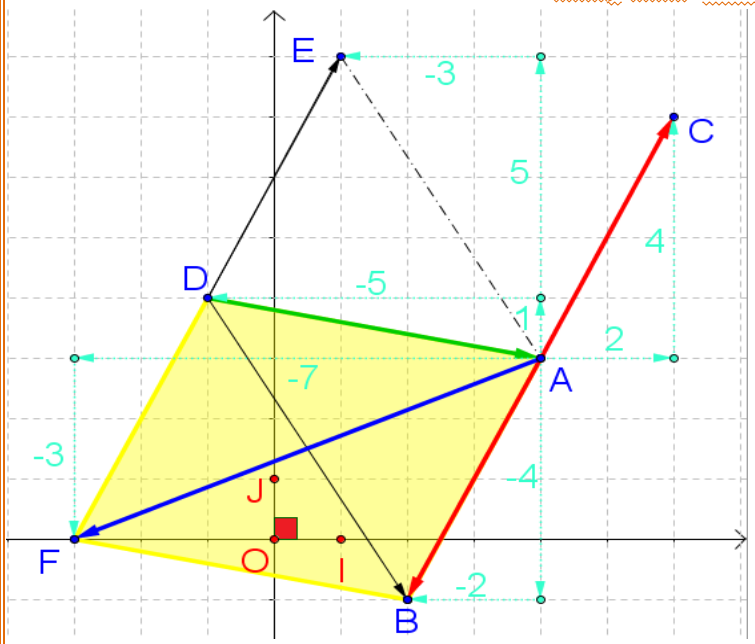
تعني أن $-2x_P=-14$ و $-2y_P=-8$

تعني أن $x_P=\frac{-14}{-2}$ و $y_P=\frac{-8}{-2}$

تعني أن $x_P=7$ و $y_P=4$

تمرين V

1-)لنحدد مبيانيا زوج إحداثيتي كل من المتجهات $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AF}$ و $\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{AD}$ و $\overrightarrow{AE}$



لدينا مبيانيا و حسب مفهوم التنقل بواسطة القن

$\overrightarrow{AB}(-2;-4)$ و $\overrightarrow{AF}(-7;-3)$ و $\overrightarrow{AC}(2;4)$

و $\overrightarrow{AD}(-5;1)$ و $\overrightarrow{AE}(-3;5)$

يتبع

بسم الله الرحمان الرحيم

1) أ- حدد مبيانيا زوج إحداثيتي كل من النقط A وB و C و D و E و F

لدينا مبيانيا $A(4;3)$ و $B(2;-1)$ و $C(6;6)$ و $D(-1;4)$ و $E(1;8)$ و $F(-3;0)$

ب- لنتحقق حسابيا من

ج- هل $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ متقابلان

لدينا $\overrightarrow{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A)$

$\overrightarrow{AB}(2-4;-1-3)$

$\overrightarrow{AB}(-2;-4)$

$\overrightarrow{AC}(x_C - x_A; y_C - y_A)$

$\overrightarrow{AC}(6-4;7-3)$

$\overrightarrow{AC}(2;4)$

$-1 \times \overrightarrow{AC}(-2;-4)$

إذن $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{AC}$ ومنه فإن $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ متقابلان

د- هل ADFB متوازي الأضلاع

لدينا $\overrightarrow{BF}(x_F - x_B; y_F - y_B)$

$\overrightarrow{BF}(-3-2;0+1)$

$\overrightarrow{BF}(-5;1)$

ولدينا $\overrightarrow{AD}(x_D - x_A; y_D - y_A)$

$\overrightarrow{AD}(-1-4;4-3)$

$\overrightarrow{AD}(-5;1)$

إذن $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{AD}$ ومنه فإن ADFB متوازي الأضلاع

C-) هل النقطة D منتصف $[EF]$

لدينا $\overrightarrow{EF}(x_F - x_E; y_F - y_E)$

$\overrightarrow{EF}(-3-1;0-8)$

$\overrightarrow{EF}(-4;-8)$

$\frac{1}{2}\overrightarrow{EF}(-2;-4)$

ولدينا $\overrightarrow{DF}(x_F - x_D; y_F - y_D)$

$\overrightarrow{DF}(-3+1;0-4)$

$\overrightarrow{DF}(-2;-4)$

إذن $\overrightarrow{DF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{EF}$ ومنه فإن D منتصف $[EF]$