المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني
الأكاديمية الجهوية للتربية والتكوين
جهة الدار البيضاء الكبرى
نيابة المحمدية

تمارين

الدالة الخطية و الدالة التآلفية

المستوى : الثالثة ثانوي إعدادي

من إعداد الأستاذ : المهدي عنيس

تمرين ①:

1) – f دالة خطية بحيث : $f(x)=\frac{2}{3}x$.

أ) -- أحسب : $f(3)$ و $f(-1)$.

ب) -- حدد العدد الذي صورته $\frac{1}{5}$ بالدالة f .

ج) -- نعتبر (Δ) التمثيل المبياني للدالة f .

أثبت أن (Δ) يمر من النقطة $A(6\,;4)$.

2) – لتكن g دالة تآلفية معرفة كما يلي : $g(x)=x+2$.

أ) -- حدد صورة كل من 5 و $-\frac{1}{2}$ بالدالة g .

ب) -- حدد العدد الذي صورته -7 بالدالة g .

ج) -- نعتبر (D) التمثيل المبياني للدالة g. تحقق من أن : $B(-5\,;-3)\in(D)$.

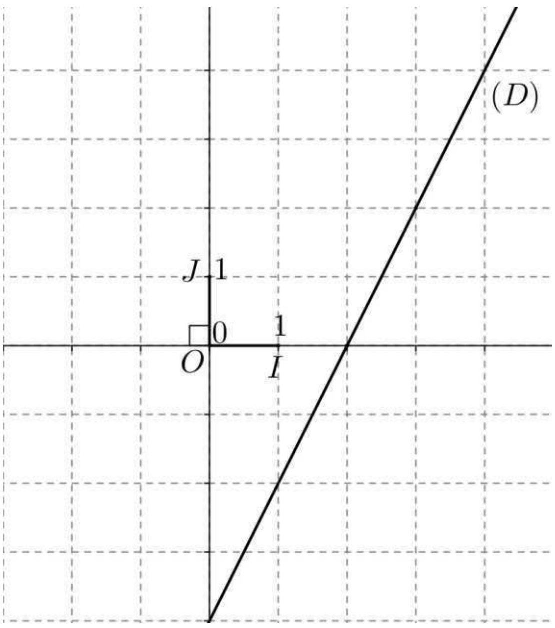
3) – أ) -- أنشئ (D) و (Δ) في نفس المعلم المتعامد الممنظم $(O\,;I\,;J)$.

ب) -- حدد مبانيا ثم جبريا إحداثيتي E نقطة تقاطع (D) و (Δ).

تمرين ②:

نعتبر (D) التمثيل المبياني لدالة تآلفية f .

(أنظر الشكل جانبه)



1) – أثبت أن : $f(x)=2x-4$.

2) – حل جبريا المتراجحة : $f(x)\geq 2$.

3) – حل مبيانيا المتراجحة : $f(x)\geq 2$.

❀ تمرين ③:

1) – نعتبر f دالة تآلفية بحيث : $f(x)=-3x+2$.

أ) -- أحسب : $f\left(-\frac{2}{3}\right)$ و $f(0)$.

ب) -- حدد العدد الحقيقي a إذا علمت أن : $f(3a)+4a=f(a-2)$.

2) – لتكن g دالة بحيث : $g(x)=f(2x-1)-5$.

بين أن g دالة خطية محددا معاملها.

❀ تمرين ④:

1) – f دالة خطية بحيث تمثيلها المبياني (Δ) يمر من النقطة $A(1;-2)$.

أ) -- بين أن : $f(x)=-2x$.

ب) -- أثبت أن : $f(3)+f(x) = f(3+x)$.

ج) -- أثبت أن : $f\left(\sqrt{2}\,x\right) = \sqrt{2}f(x)$.

2) – نعتبر g دالة تآلفية بحيث : معاملها هو 2 و $g(-1)=2$.

أ) -- بدون تحديد $g(x)$ ، أحسب : $g(4)-g(2)$.

ب) -- عبر عن $g(x)$ بدلالة x .

ج) -- نعتبر (D) التمثيل المبياني للدالة g . حدد إحداثيتي E تقاطع (D) و محور الأفاصيل.

د) -- حدد العدد الحقيقي k ، علما أن : $F(-k;5+k)\in(D)$.

3) – أنشئ (D) و (Δ) في نفس المعلم المتعامد الممنظم $(O;I;J)$.

4) – أ) -- حدد جبريا حـل المعادلة : $f(x)=g(x)$.

ب) -- حدد مبيانيا حـل المعادلة : $f(x)=g(x)$.

❀ تمرين ⑤:

f دالة تآلفية بحيث تمثيلها المبياني (D) يمر من النقطتين : $A(4;3)$ و $B(2;4)$

و g دالة خطية تمثيلها المبياني (Δ) و معرفة كما يلي : $g(x)=2x$.

1) – حدد معامل الدالة f .

2) – استنتج أن : $f(x)=-\frac{1}{2}x+5$.

3) – حدد العدد الحقيقي a بحيث : $E\left(\frac{5}{2}a\ ;\ 4\right)\in(\Delta)$.

4) – حدد جبريا إحداثيتي F تقاطع (D) و محور الأراتيب.

تمرين ① :

1) – أ) -- حساب : $f(3)$ و $f(-1)$:

لدينا : $f(3)=\dfrac{2}{3}\times 3=2$ و $f(-1)=\dfrac{2}{3}\times(-1)=\dfrac{-2}{3}$.

ب) -- لنحدد العدد الذي صورته $\dfrac{1}{5}$ بالدالة f .

لدينا $f(x)=\dfrac{1}{5}$ يعني أن : $\dfrac{2}{3}x=\dfrac{1}{5}$ و منه فإن : $10x=3$ و بالتالي فأن : $x=\dfrac{10}{3}$

إذن : العدد الذي صورته $\dfrac{1}{5}$ بالدالة f هو $\dfrac{10}{3}$.

ج) -- لنثبت أن (Δ) يمر من $A(6;4)$:

لدينا : $f(x_A)=\dfrac{2}{3}\times x_A=\dfrac{2}{3}\times 6=\dfrac{12}{3}=4$

و بما أن $y_A=4$ فإن : $f(x_A)=y_A$ و بالتالي فإن : $A(6;4)\in(\Delta)$ أي أن (Δ) يمر من النقطة $A(6;4)$.

2) – أ) -- لنحدد صورة 5 و $\dfrac{-1}{2}$ بالدالة g .

لدينا : $g(5)=5+2=7$ ، إذن : $\boxed{g(5)=7}$.

و لدينا : $g\left(\dfrac{-1}{2}\right)=\dfrac{-1}{2}+2=\dfrac{-1+4}{2}=\dfrac{3}{2}$ ، إذن : $\boxed{g\left(\dfrac{-1}{2}\right)=\dfrac{3}{2}}$.

ب)-- لنحدد العدد الذي صورته -7 بالدالة g .

لدينا : $g(x)=-7$ يعني أن : $x+2=-7$ ، و منه فإن : $x=-7-2$ أي : $\boxed{x=-9}$

إذن العدد الذي صورته -7 بالدالة g هو -9 .

ج) -- لنتحقق من أن : $B(-5;-3)$ تنتمي إلى (D) التمثيل المبياني للدالة g .

لدينا : $f(-5)=-5+2$ ، و منه فإن : $f(-5)=-3$.

و بما أن : $B(-5;-3)$ فإن : $B(-5;-3)\in(D)$.

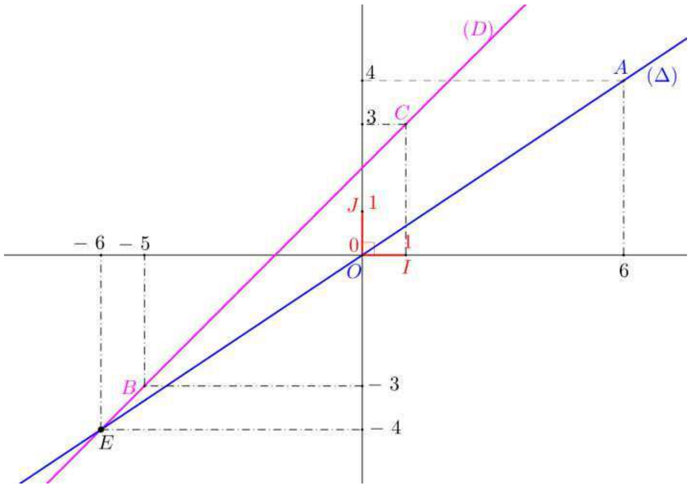
3) – أ) -- لننشئ (D) و (Δ) في نفس المعلم $(O;I;J)$.

نعتبر الجدولين الآتيين :

x	-5	1
$g(x)$		
$M(x;f(x))$	$E(-5;-3)$	$F(1;3)$

x	6
$g(x)$	4
$M(x;f(x))$	$A(6;4)$

إذن : $(D)=(BC)$ و $(\Delta)=(OA)$ ل



ب) -- لنحدد مبيانيا إحداثيتي E تقاطع (D) و (Δ).

لدينا من خلال الشكل : $E(-6;-4)$.

ج) --لنحدد جبريا إحداثيتي E

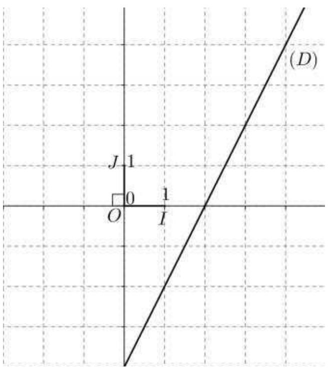
لدينا : E تقاطع (D) و (Δ) يعني أن : $f(x_E)=g(x_E)$.

و منه فإن : $\frac{2}{3}x_E=x_E+2$ تكافئ على التوالي : $\frac{2}{3}x_E=\frac{3x_E+6}{3}$

$$2x_E=3x_E+6$$
$$2x_E-3x_E=6$$
$$-x_E=6$$
$$x_E=-6$$

و منه فإن : $g(-6)=-6+2=-4$. و بالتالي فإن : $E(-6;-4)$.

❀ تمرين ②:



1) –لنثبت أن : $f(x)=2x-4$.

لدينا من خلال الشكل : و $\left.\begin{matrix} f(3)=2 \\ f(1)=-2 \end{matrix}\right\}$

و بما أن f دالة تآلفية فإن $f(x)$ على شكل : $f(x)=ax+b$.

*/ لنحدد a :

لدينا : $a=\frac{f(3)-f(1)}{3-1}=\frac{2+2}{2}=\frac{4}{2}=2$.

إذن : $f(x)=2x+b$.

*/ لنحدد b :

لدينا : $\left.\begin{matrix} f(3)=2\times3+b \\ f(3)=2 \end{matrix}\right\}$ و منه فإن : $2\times3+b=2$ ، أي : $6+b=2$.

إذن : $b = 2 - 6$ أي : $b = -4$

و بالتالي فإن : $\boxed{f(x) = 2x - 4}$.

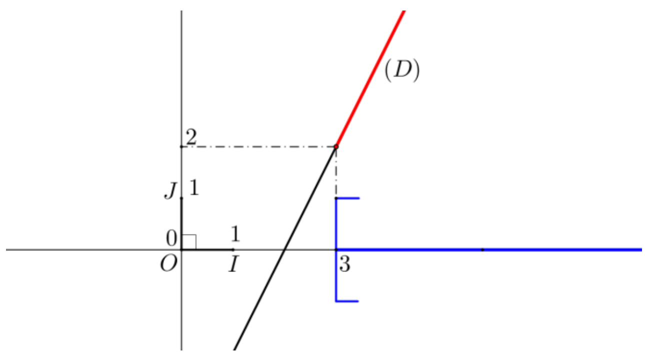
2) – لنحل جبريا المتراجحة : $f(x) \geq 2$.

لدينا : $f(x) \geq 2$ تكافئ على التوالي :

$$2x - 4 \geq 2$$
$$2x \geq 2 + 4$$
$$2x \geq 6$$
$$x \geq \frac{6}{2}$$
$$x \geq 3$$

إذن : جميع الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي 3 حلول هذه المتراجحة.

3) – لنحل مبيانيا المتراجحة : $f(x) \geq 2$. (أنظر الشكل).



أفاصيل النقط التي تنتمي إلى الجزء الملون بالأمر من المستقيم (D) هي حلول هذه المتراجحة.

و هي الملونة باللون الأزرق

تمرين ③ :

1) – أ) -- حساب : $f\left(\frac{-2}{3}\right)$ و $f(0)$:

لدينا :
$$\left.\begin{array}{l} f\left(\frac{-2}{3}\right) = -\cancel{3} \times \frac{-2}{\cancel{3}} + 2 = 2 + 2 = 4 \\ f(0) = -3 \times 0 + 2 = 0 + 2 = 2 \end{array}\right\}$$
و إذن :
$$\left.\begin{array}{l} f\left(\frac{-2}{3}\right) = 4 \\ f(0) = 2 \end{array}\right\} \text{ و } .$$

ب) -- لنحدد العدد a :

لدينا : $f(3a) + 4a = f(a-2)$ يعني أن : $-3 \times 3a + 2 + 4a = -3(a-2)$

أي : $-9a + 4a = -3a + 6$ و منه فإن :

$$-9a + 4a + 3a = 6$$
$$-2a = 6$$
$$a = \frac{6}{-2}$$
$$\boxed{a = -3}$$

2) – لنبين أن g دالة خطية :

لدينا : $g(x)=f(2x-1)-5$ يعني أن : $g(x)=-3(2x-1)+2-5$

$g(x)=-6x+3+2-5$

$\boxed{g(x)=-6x}$

و بالتالي فإن : g دالة خطية معاملها هو -6.

❀ تمرين ④ :

1) –أ) -- لنبين أن : $f(x)=-2x$.

لدينا : f دالة خطية. إذن $f(x)$ على شكل : $f(x)=ax$.

*/ لنحدد a :

لدينا : $a=\dfrac{f(x)}{x}$ و $x\neq 0$.

و بما أن : النقطة $A(1;-2)$ تنتمي إلى التمثيل المبياني للدالة f فإن : $f(1)=-2$.

و منه فإن : $a=\dfrac{f(1)}{1}=\dfrac{-2}{1}=-2$. و بالتالي فإن : $\boxed{f(x)=-2x}$.

ب) -- لنثبت أن : $f(3)+f(x)=f(3+x)$.

لدينا : $\left.\begin{array}{l} f(3)=-2\times 3 \\ f(x)=-2\times x \end{array}\right\}$ و إذن : $f(3)+f(x)=-2\times 3+(-2)\times x$ ، (نعمل بِ -2)

و منه فإن : $f(3)+f(x)=-2(3+x)$

و بما أن : $f(3+x)=-2(3+x)$ فإن : $\boxed{f(3)+f(x)=f(3+x)}$.

ج) -- لنثبت أن : $f(\sqrt{2}\,x)=\sqrt{2}\,f(x)$.

لدينا : $f(\sqrt{2}\,x)=-2\sqrt{2}\,x$

$=\sqrt{2}\times(-2x)$

و بما أن : $f(x)=-2x$ فإن : $\boxed{f(\sqrt{2}\,x)=\sqrt{2}\,f(x)}$.

2) –أ) -- لنحسب : $g(4)-g(2)$.

لدينا g دالة تألفية معاملها 2 .

إذن : $\dfrac{g(x)-g(x')}{x-x'}=2$ و $x\neq x'$.

و منه فإن : $\dfrac{g(4)-g(2)}{4-2}=2$ يعني أن : $\dfrac{g(4)-g(2)}{2}=2$ ، و بالتالي فإن : $\boxed{g(4)-g(2)=4}$.

ب) -- لنعبر عن $g(x)$ بدلالة x :

لدينا g دالة تألفية معاملها 2 .

إذن : $g(x)$ على شكـــل : $g(x)=2x+b$.

*/ لنحدد b :

لدينا : $\begin{cases} g(-1)=2\times1+b \\ g(-1)=2 \end{cases}$ ،

إذن : $2\times1+b=2$ ، أي : $-2+b=2$ و منه فإن : $b=2+2=4$.

و بالتالي فإن : $\boxed{g(x)=2x+4}$.

ج) -- لنحدد إحداثيتي E :

لدينا E تقاطع المستقيم (D) و محور الأفاصيل يعني أن : و $\left.\begin{matrix} E\in(D) \\ E\in(OI) \end{matrix}\right\}$ و منه فإن : و $\left.\begin{matrix} E(x_E\,;g(x_E)) \\ g(x_E)=0 \end{matrix}\right\}$

إذن : و $\left.\begin{matrix} E(x_E\,;0) \\ g(x_E)=0 \end{matrix}\right\}$

$g(x_E)=0$ يعني أن : $2x_E+5=0$

$2x_E=-5$

$x_E=\frac{-5}{2}$

و بالتالي فإن : $\boxed{E\left(\frac{-5}{2}\,;0\right)}$.

د) -- لنحدد k :

لدينا : $F(-k\,;5+k)\in(D)$ بحيث : (D) التمثيل المبياني للدالة g .

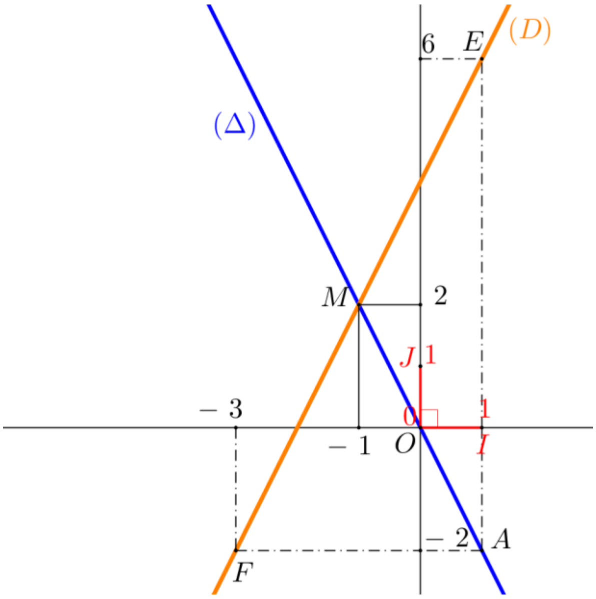
إذن : $g(-k)=5+k$ ، أي : $2\times(-k)+4=5+k$

$-2k-k=5-4$

$-3k=1$

$k=\frac{-1}{3}$

و بالتالي فإن : $\boxed{k=\frac{-1}{3}}$.



3)– إنشـاء (D) و (Δ) في نفس المعلم : (الشكـل جانبه) .

x	1
$f(x)$	-2
$M(x;f(x))$	$A(1;-2)$

x	1	-3
$g(x)$	6	-2
$M(x;g(x))$	$E(1;6)$	$F(-3;-2)$

لدينا إذن : $(\Delta)=(OA)$ و $(D)=(EF)$.

4)– أ)-- لنحـل جبريا المعادلة : $f(x)=g(x)$.

$f(x)=g(x)$ تكافئ على التوالي : $-2x=2x+4$

$-2x-2x=4$

$-4x=4$

$x=\dfrac{4}{-4}$

$x=-1$

إذن حـل هذه المعادلة هو : -1 .

ب)-- لنحل مبيانيا المعادلة : $f(x)=g(x)$.

الحـل المبياني لهذه المعادلة هو أفصول نقطة تقاطع (D) و (Δ).

لتكن M تقاطع (D) و (Δ).

لدينا من خلال الشكـل : $M(-1;2)$.

إذن : -1 هو حـل هذه المعادلة.

❀ تمرين ⑤:

1)– لنحدد معامل f :

لدينا f دالة تآلفية يعني أن : $m=\dfrac{f(x')-f(x)}{x'-x}$ و $x'\neq x$.

و بما أن : $\left.\begin{matrix}A(4;3)\in(D)\\B(2;4)\in(D)\end{matrix}\right\}$ و بحيث (D) هو التمثيل المبياني للدالة f فإن : $\left.\begin{matrix}f(4)=3\\f(2)=4\end{matrix}\right\}$ و .

و منه فإن : $m=\dfrac{f(4)-f(2)}{4-2}=\dfrac{3-4}{2}=\dfrac{-1}{2}$ و بالتالي فإن معامل f هو : $\dfrac{-1}{2}$.

2) – لنستنتج أن : $f(x)=\frac{-1}{2}x+5$.

لدينا f دالة تآلفية معاملها $\frac{-1}{2}$.

إذن : $f(x)=\frac{-1}{2}x+b$.

*/ لنحدد b :

لدينا : و $\left.\begin{array}{l} f(4)=3 \\ f(4)=\frac{-1}{2}\times 4+b \end{array}\right\}$ يعني أن : $\frac{-1}{2}\times 4+b=3$

$-2+b=3$

$b=3+2$

$b=5$

و بالتالي فإن : $\boxed{f(x)=\frac{-1}{2}x+5}$.

3) – لنحدد العدد الحقيقي a :

لدينا : $E\left(\frac{5}{2}a\,;4\right)\in(\Delta)$ بحيث : (Δ) التمثيل المبياني للدالة g و $g(x)=2x$.

إذن : $\left.\begin{array}{l} g\left(\frac{5}{2}a\right)=4 \\ g\left(\frac{5}{2}a\right)=2\times\frac{5}{2}a \end{array}\right\}$ يعني أن : $2\times\frac{5}{2}a=4$

$5a=4$

إذن : $\boxed{a=\frac{4}{5}}$

4) – لنحدد جبريا إحداثيتي F :

لدينا : F تقاطع (D) و محور الأراتيب يعني أن : و $\left.\begin{array}{l} F\in(D) \\ F\in(OJ) \end{array}\right\}$ ، و منه فإن : و $\left.\begin{array}{l} F\left(x_F\,;f\left(x_F\right)\right) \\ x_F=0 \end{array}\right\}$.

إذن : $F\left(0\,;f(0)\right)$.

و بما أن : $f(0)=\frac{-1}{2}\times 0+5=0+5=5$ فإن : $\boxed{F(0\,;5)}$