الازاحــة – المتجهـــات

تمرين 1

$[AB]$ قطعة . و C صورة النقطة B بالازاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{AB}$

① أنشئ الشكل ② بين أن B منتصف $[AC]$

تمرين 2

$ABCD$ متوازي أضلاع. E مماثلة A بالنسبة لـ B

◈ بين أن $BECD$ متوازي أضلاع .

تمرين 3

ABC مثلث . I منتصف $[BC]$. J مماثلة A بالنسبة للنقطة I .

◈ بين أن $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BJ}$

تمرين 4

ABC مثلث .

① أنشئ النقطة M حيث $\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}$

② أنشئ النقطة N حيث $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{BC}$

③ بين أن A منتصف $[MN]$

تمرين 5

بسط التعبير التالي : $\vec{u} = \overrightarrow{EK} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{KM}$

تمرين 6

A و B و C و D نقط من المستوى.

◈ بين أن $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$

تمرين 7

$ABCD$ متوازي أضلاع.

I مماثلة A بالنسبة لـ B . J مماثلة B بالنسبة لـ C . K مماثلة C بالنسبة لـ D . L مماثلة D بالنسبة لـ A .

① أنشئ الشكل

② بين أن : $\overrightarrow{LI} = \overrightarrow{LA} + 2\,\overrightarrow{AB}$

③ بين أن : $\overrightarrow{KJ} = \overrightarrow{CJ} + 2\,\overrightarrow{DC}$

④ بين أن : $\overrightarrow{LA} = \overrightarrow{CJ}$

⑤ استنتج أن : $LIJK$ متوازي أضلاع

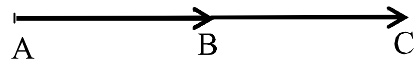
R

الازاحة -المتجهات - حلول

تمرين 1

انتبه ← تعليق ←

① الشكل



② لنبين أن B منتصف $[AC]$

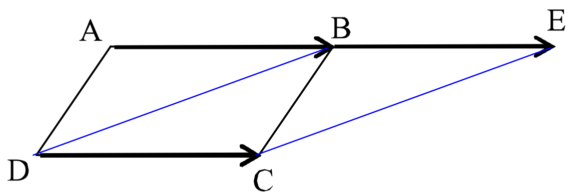
بما أن C صورة النقطة B بالإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{AB}$ فإن : $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AB}$

و هذا يعني أن B منتصف $[AC]$

تمرين 2

انتبه ← تعليق ←

الشكل



لنبين أن $BECD$ متوازي أضلاع .

لدينا $BECD$ متوازي أضلاع ، إذن $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$

و لدينا : E مماثلة A بالنسبة لـ B ، إذن : $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BE}$

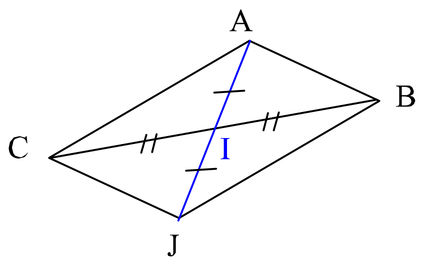
نستنتج إذن أن : $\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{BE}$

و بالتالي : $BECD$ متوازي أضلاع

تمرين 3

انتبه ← تعليق ←

الشكل



لنبين أن $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BJ}$

بما أن J مماثلة A بالنسبة للنقطة I فإن :

I منتصف $[AJ]$

و لدينا I منتصف $[BC]$ ، إذن للقطعتين $[AJ]$ و $[BC]$ نفس

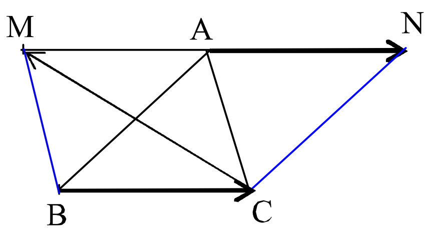
المنتصف ، إذن الرباعي $ABJC$ متوازي أضلاع

بالتالي : $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BJ}$

تمرين 4

انتبه ← تعليق ←

الشكل



لنبين أن A منتصف $[MN]$

لدينا $\overrightarrow{CM}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}$ ، منه : $MABC$ متوازي أضلاع

منه : $\overrightarrow{MA}=\overrightarrow{BC}$

و لدينا $\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{BC}$

إذن : $\overrightarrow{MA}=\overrightarrow{AN}$

بالتالي: A منتصف $[MN]$

تمرين 5   انتبه ←   تعليق ←

لنبسط التعبير التالي : $\vec{u}=\overrightarrow{EK}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CE}+\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{KM}$

لدينا:

$$\vec{u}=\overrightarrow{EK}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CE}+\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{KM}$$
$$\vec{u}=\overrightarrow{EK}+\overrightarrow{KM}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CE}+\overrightarrow{MA}$$
$$\vec{u}=\overrightarrow{EM}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CE}+\overrightarrow{MA}$$
$$\vec{u}=\overrightarrow{EM}+\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{MA}$$

منه :

$$\vec{u}=\overrightarrow{EM}+\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AE}$$
$$\vec{u}=\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{AE}$$
$$\vec{u}=\overrightarrow{EE}$$
$$\vec{u}=\vec{0}$$

← لتطبيق علاقة شال يجب ترتيب الحدود

تمرين 6   انتبه ←   تعليق ←

بين أن $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}$

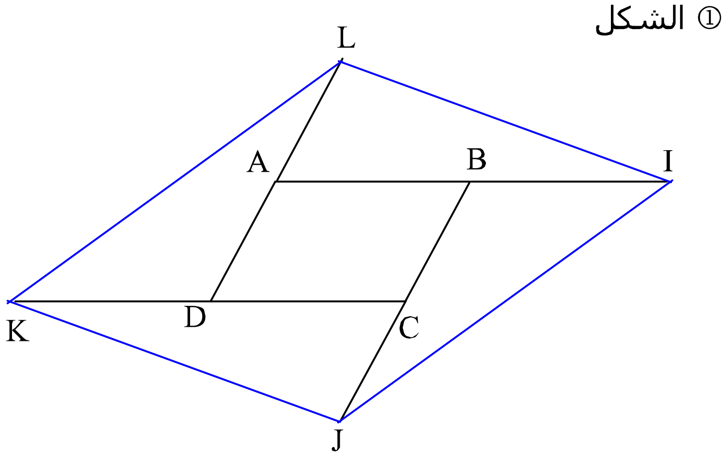
لدينا:

$$\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{DC}$$
$$=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{CD}$$
$$=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}+\vec{0}$$
$$\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}$$

← علاقة شال استعملت بطريقة عكسية بمعنى أننا كتبنا المتجهة $\overrightarrow{AD}$ على شكل مجموع متجهتين و كذلك $\overrightarrow{BC}$

تمرين 7   انتبه ←   تعليق ←

① الشكل



② لنبين أن : $\overrightarrow{LI}=\overrightarrow{LA}+2\overrightarrow{AB}$

لدينا : $\overrightarrow{LI}=\overrightarrow{LA}+\overrightarrow{AI}$

و بما أن B منتصف $[AI]$ فإن : $\overrightarrow{AI}=2\overrightarrow{AB}$

إذن : $\overrightarrow{LI}=\overrightarrow{LA}+2\overrightarrow{AB}$

③ لنبين أن : $\overrightarrow{KJ}=\overrightarrow{CJ}+2\overrightarrow{DC}$

لدينا : $\overrightarrow{KJ}=\overrightarrow{KC}+\overrightarrow{CJ}$

و بما أن D منتصف $[KC]$ فإن : $\overrightarrow{KC}=2\overrightarrow{DC}$

إذن : $\overrightarrow{KJ}=2\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{CJ}$ أي $\overrightarrow{KJ}=\overrightarrow{CJ}+2\overrightarrow{DC}$

④ لنبين أن : $\overrightarrow{LA}=\overrightarrow{CJ}$

بما أن A منتصف $[DL]$ فإن : $\overrightarrow{LA}=\overrightarrow{AD}$

و بما أن $ABCD$ متوازي أضلاع فإن : $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$

و بما أن C منتصف $[JB]$ فإن : $\overrightarrow{CJ}=\overrightarrow{BC}$

نستنتج إذن من المتساويات الثلاث أن : $\overrightarrow{LA}=\overrightarrow{CJ}$

⑤ لنبين أن : $LIJK$ متوازي أضلاع

لدينا حسب السؤالين ② و ③ $\overrightarrow{LI}=\overrightarrow{LA}+2\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{KJ}=\overrightarrow{CJ}+2\overrightarrow{DC}$

و حسب السؤال ④ $\overrightarrow{LA}=\overrightarrow{CJ}$ ، و بما أن $ABCD$ متوازي أضلاع فإن : $\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{AB}$

نستنتج من هذه المتساويات الأربع أن : $\overrightarrow{KJ}=\overrightarrow{LI}$

و هذا يعني أن : $LIJK$ متوازي أضلاع